

# TRASCENDENCIA FILOSÓFICA DE LAS INVESTIGACIONES DE LA FÍSICA MATEMÁTICA SOBRE LA CONSTITUCIÓN DE LA MATERIA

(Continuación) <sup>(1)</sup>

**E**n un primer artículo he llamado la atención no sólo de los filósofos, sino *más aún de los teólogos* católicos sobre una poderosa corriente de opinión que se va generalizando entre los hombres de ciencia, incluso católicos, y que a nuestro parecer no puede admitirse ligeramente porque, al menos entendida como la entienden sus principales y más autorizados propugnadores, incluye necesariamente la negación de una verdadera causalidad en el mundo físico y de un verdadero determinismo en las leyes que lo rigen. La primera traería como consecuencia la imposibilidad de demostrar la existencia de una causa única y eficiente de cuanto existe, es decir, de Dios, como causa del orden físico, puesto que este orden era un resultado de las *leyes del hazar* <sup>(2)</sup>. La segunda, admitiendo la *posibilidad* de todo hecho, por extraño que sea a las leyes *macroscópicas medias* o estadísticas que suelen regir ordinariamente a los hechos que observamos, impediría deducir ninguna consecuencia demostrativa de un hecho extraño, es decir, poco frecuente, como, por ejemplo, una curación repentina u otro cualquiera de los hechos que se llaman milagros. Si no existen leyes en el sentido dinámico, sino sólo probables, una derogación de una ley es un hecho *poco probable*, pero estrictamente hablando no es una

---

(1) V. t. 9, p. 367.

(2) Es tal la divulgación que ha adquirido hoy en la ciencia el uso del cálculo de probabilidad, sobre todo desde el descubrimiento de la ley de Boltzmann y de la teoría de Planck, que autores católicos y aun religiosos no tienen inconveniente en hablar corrientemente de las leyes del hazar. Indudablemente ellos les dan un sentido muy diverso del que les atribuye la escuela anticausalista.

derogación y, por tanto, no puede considerarse extraña al régimen estrictamente natural que rige normalmente al mundo.

No puede, pues, el teólogo ni el filósofo católico mirar con indiferencia esta discusión, que amenaza a la base misma de toda creencia religiosa en su doble aspecto natural y sobrenatural. Para dar al lector una idea del valor crítico de esta tendencia, aparte de la dificultad expuesta en el artículo anterior y nacida de la forma matemática en que se expresan hoy sus propugnadores, existe otra mucho mayor, que consiste en la extensión inmensa de la materia, en el número verdaderamente abrumador de obras que se han escrito, de teorías diversísimas que se han desarrollado, de experimentos variadísimos y deliciados que se han llevado a cabo y que se afirma han ido forzando poco a poco a la ciencia a renunciar cada día más a la noción causalista y determinista.

Para no decir exclusivamente vaguedades, tenemos que restringir nuestra exposición a algunos puntos principales. Vamos a decir dos palabras en primer lugar sobre los argumentos en contra de la causalidad y del determinismo, sacados de la teoría ondulatoria de la materia. En segundo lugar haremos alguna indicación sobre los argumentos sacados de la teoría cuantista y del principio de cuantificación de Plank. Por último abordaremos el problema general de las leyes estadísticas y en especial nos referiremos a las teorías probabilistas, que rigen a la termodinámica y las leyes de Boltzmann, Jeans, etc., mecánica estadística de Bose, etc.

Este método es lógicamente inverso al que debería seguirse, puesto que el segundo punto incluye al primero, y el último a los dos anteriores. Sin embargo, didácticamente nos parece el más claro; así, por dividir la materia de manera más comprensible para quien no tiene una base previa, como porque nos irá sucesivamente desembarazando de los puntos más difíciles y sobre que más se insiste hoy para combatir la existencia de la causalidad.

I.<sup>o</sup>

### Argumentos contra la causalidad y el determinismo, sacados de la mecánica ondulatoria.

Tres formas enteramente diversas se han dado a la mecánica ondulatoria: 1.<sup>a</sup>, la mecánica de De Broglie y Schrödinger; 2.<sup>a</sup>, la de Heisenberg, Born, Jordán, etc.; 3.<sup>a</sup>, la de Dirac, Darwin, Lanczos, etc. Esta última data de 1928, y no habiendo entrado, por consiguiente, aún en la discusión, no sabemos que se hayan sacado de ella argumentos ni en favor ni en contra; después daremos nuestro juicio sobre ella. Toda la fuerza anticausalista que se supone a la teoría ondulatoria de la materia, procede de la comparación de los resultados obtenidos por los dos procedimientos primeros. Es decir, se supone (1) que el hecho de coincidir los resultados de las teorías de Schrödinger y de Heisenberg, es incompatible con el principio de causalidad (2). Tratemos de analizar este argumento y su fuerza probativa.

Toda la teoría de Schrödinger se funda en una interpretación física de un formulismo algo convencional y hasta si se quiere forzado, cuyo resultado final es hacer coincidir las ecuaciones fundamentales de la energía, conocidas en mecánica por ecuaciones de Lagrange, mediante el principio de Hamilton, con la ecuación fundamental de la propagación de ondas, conocida con el nombre de dalembertiana. Esta coincidencia o, mejor, identificación hecha un poco a la fuerza, pero basada en una innegable analogía formal, es en el fondo la misma idea primitiva de De Broglie, que partió de la identificación entre el principio de Fermat, de la óptica, con el de Maupertuis, que rige al movimiento

(1) Véase ARTHUR HAAS, *Materiewellen und Quantenmechanik*, Leipzig.

(2) Puede verse expuesto este argumento en varias obras clásicas; entre otras puede consultarse J. FRENKEL, *Einführung in die Wellenmechanik*, Berlin, 1929, p. 35. «Der Wahrscheinlichkeitbegriff und das Kausalitätsprinzip in wellen-körpusskularen Parallelismus», y otros artículos citados en la primera parte de este tratado. En lo siguiente nos referiremos a la exposición de estas teorías, que hemos hecho en los *Anales del I. C. A. I.* «Estado actual de la teoría electroondulatoria de la materia.» Tomo IX: El principio de cuantificación. La teoría de De Broglie y de Schrödinger, p. 171. La teoría de Dirac, pp. 227-283. La teoría de Heisenberg y Born, p. 343.

de un punto material en un campo de fuerzas. Este es el fondo común a todas estas teorías de la mecánica ondulatoria, justificado no solamente por la analogía formal de que antes hablábamos, sino porque conduce a resultados maravillosamente concordantes con la experiencia, no solamente sobre la coincidencia de los períodos de absorción y emisión de las rayas espectrales, sino sobre la descomposición en ondas elementales de los espectros, con relaciones cuantitativas perfectamente definidas por las cantidades de energía almacenadas en cada átomo para cada una de sus condiciones de estabilidad, y por ser el único conato de teoría que da cuenta del principio de cuantificación de Plank, de las ecuaciones establecidas *a priori* por Bohr, del principio de Nernst sobre la anulación de la entropía en el cero absoluto, etc.

Si consideramos el fondo común de todas estas teorías, echaremos de ver que todas ellas coinciden en la tendencia a representar los fenómenos mecánicos por una clase de funciones matemáticas sujetas a ecuaciones de segundo orden (idénticas a las que rigen a los fenómenos ondulatorios, luz, sonido, ondas electromagnéticas, etc.) y susceptibles, como ya se sabía desde los tiempos de Hermite, de soluciones *cuantificadas*, es decir, *discretas*, formando series que se obtienen dando los valores 1, 2, 3..... a alguno de los parámetros que en ellas intervienen (1).

La interpretación de esta propiedad notable de las ecuaciones diferenciales de segundo orden, de tener en algunos casos *soluciones propias*, discontinuas, es la idea madre, por decirlo así, de todos estos conatos de Mecánicas cuantistas. Toda la dificultad de la cuestión y la razón de la divergencia entre las diversas teorías es interpretar físicamente el significado de los símbolos que en dichas ecuaciones diferenciales intervienen.

Tanto De Broglie como Schrödinger conciben el espacio entero como lleno de un fluido elástico, surcado por ondulaciones de muy diversos períodos, sujetas a *dispersión* y animadas de velocidades por tanto diferentes y muy superiores a las de la luz, y cuya propagación

---

(1) Sobre estas funciones, ya hace tiempo conocidas en el análisis, pero que no habían recibido hasta hoy interpretación física, puede verse, por ejemplo, B. R. COURANT y D. HILBERT, *Methoden der mathematischen Physik*, Berlín, Springer, 1924, t. 1, pp. 261 - 266.

está regida por una ecuación dalembertiana susceptible de soluciones propias, o sea cuantificadas.

Cada solución de éstas determina un recinto o región del espacio cerrada y de dimensiones muy pequeñas, donde se suman aritméticamente las amplitudes, y por tanto las energías de un cierto número de ondas, y donde, por tanto, la energía alcanza un máximo (no infinito, según Schrödinger). Estos recintos son los que, según el concepto de Schrödinger, constituyen los átomos de materia que se mueven con la llamada en óptica *velocidad del grupo* de ondas, enteramente distinta de la velocidad de las ondas que en esos puntos interfieren, por lo cual también se les llama **Wellenpaket** o *Energiepaket*, paquete de ondas o de energía.

Prescindiendo de las consecuencias en acuerdo o en contradicción con la experiencia de esta teoría, es lo cierto que toda ella se basa sobre el principio de causalidad estricta y tradicional, y concibe los fenómenos atómicos como sujetos a leyes perfectamente determinadas por ecuaciones diferenciales (leyes), cuyas integrales, una vez determinadas sus constantes arbitrarias por las condiciones iniciales o en los límites, rigen de tal manera cuanto ocurre en el interior del átomo y en el campo a través del cual se mueve, que todo ello queda tan sujeto al más estricto determinismo, como los movimientos de los planetas en el sistema de Newton.

Casi idéntica es la interpretación de De Broglie (1), al menos en algunos de sus trabajos, en los que parece diferir sólo de la anterior teoría en que los átomos, según él, en vez de paquetes de energía finita, confinada en recintos también de dimensiones finitas, son más bien *puntos singulares*, es decir, centros inextensos, donde la energía tiende a tomar valores infinitos teóricamente, y que se hallan distribuidos por el espacio y animados de las velocidades correspondientes al grupo de ondas que los determina.

Como se ve, tanto la teoría de Schrödinger como la de De Broglie, hasta aquí son perfectamente compatibles con un concepto rigurosamente causalista de la dependencia que existe entre los fenómenos

---

(1) En su última obra, *Introduction a l'Étude de la mécanique ondulatoire*, LUIS DE BROGLIE, París, 1930, que más adelante citaremos, De Broglie parece aceptar la interpretación *probabilista* de Born y Jordan, aunque no sin ciertas reservas, y aun alguna que otra refutación directa de puntos capitales para ella, como luego veremos.

atómicos, y ambas admiten que las leyes que rigen a esta dependencia están sujetas al determinismo natural.

Veamos ahora cómo concibe este mismo problema la teoría de Heisenberg, y cómo de su comparación con las dos teorías expuestas se ha podido inferir la no existencia del principio de causalidad.

Heisenberg parte de un punto casi opuesto y sigue un proceso lógico, hasta cierto punto inverso, aunque seguramente más crítico y riguroso que las dos teorías antes expuestas, en las que parece se procede por intuición.

Heisenberg comienza por establecer como principio fundamental que hay que renunciar en absoluto a toda representación imaginativa del edificio atómico, puesto que los llamados protones, electrones y fotones están absolutamente fuera de nuestra observación, única en que nos debemos apoyar para formar una teoría críticamente aceptable. Todos esos corpúsculos, constituyendo sistemas planetarios ultramicroscópicos, que constituyen toda la trama de la antigua teoría de Bohr, son meras creaciones de la fantasía. Heisenberg se propone, pues, establecer la mecánica atómica como la teoría de las relaciones matemáticas, que ligan entre sí a las magnitudes y cantidades realmente medibles, que definen lo que llamamos un estado atómico particular de un cuerpo. Como tales cantidades no admite más que las siguientes:

- a) Las *frecuencias* de las radiaciones absorbidas o emitidas por el átomo en los diversos estados, frecuencias que, así como la influencia que sobre ellas ejercen los distintos agentes, pueden determinarse exactamente por el análisis espectral.
- b) Las intensidades relativas o cantidades de energía correspondiente a cada una de las rayas espectrales de un mismo cuerpo.
- c) Cantidad totales de energía almacenadas en cada átomo o energía atómica.

El problema de la mecánica atómica queda, pues, reducido para Heisenberg a deducir de estas tres categorías de hechos las relaciones que ligan a ciertas cantidades de *significado físico enteramente desconocido para nosotros que tienen el lugar*: a) de las *coordenadas espaciales*, b) de los *impulsos* (i) de un cuantum o partícula de materia, de

---

(1) Impulso es igual al producto de la masa por la velocidad. La mecánica ra-

energía o de luz (introducidos los tres por exigencias del principio de cuantificación, cuyo valor crítico examinaremos más adelante).

Cada estado de un átomo viene definido por una cantidad  $s$ , suma de una serie de rayas espectrales de un número determinado de frecuencias ligadas entre sí por una relación más o menos sencilla, y que puede ponerse en forma de una serie de Fourier. Heisenberg llama a la cantidad  $s$  la coordenada que define aquel estado particular del átomo y que puede descomponerse en la serie  $s_1 \ s_2 \ s_3 \dots$  de sus vibraciones componentes. Al pasar un átomo de un estado a otro, las  $s$  que caracterizan al nuevo estado cambian en otras, y el conjunto de todos los estados físicos de un átomo se caracteriza por una matriz

$$\begin{array}{cccc} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 \dots \\ s'_1 & s'_2 & s'_3 & s'_4 \dots \\ s''_1 & s''_2 & s''_3 & s''_4 \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{array}$$

existiendo entre los diversos términos de cada fila y entre cada fila y la que le precede y le sigue relaciones analíticas, cuya investigación constituye la mecánica cuantística de Heisenberg. Pero si los términos de una matriz se interpretan como los **impulsos** de que están animados en un momento dado los diversos elementos materiales de que se compone un átomo, sus derivadas primeras, con respecto al tiempo, serán las fuerzas a que están sometidos, el producto de ellas por las coordenadas espaciales, serán energías, etc., etc. De aquí la necesidad de crear una nueva algorítmia o cálculo de matrices, que ha sido la obra iniciada por el mismo Heisenberg, y completada por Jordan, Born, etc.

Ahora bien, aunque en todo este cálculo no entra una sola ecuación diferencial que exija la presuposición de algún proceso *continuo*, si se busca una ecuación de quien todas las  $s$  de una misma matriz determinadas experimentalmente sean las *soluciones propias*, y por tanto discontinuas, se encuentra precisamente la ecuación de Schrödinger, de que hablamos en nuestro primer artículo, lo que prueba

---

cional permite calcular la trayectoria que ha de seguir un móvil cuando se conoce su *posición inicial*, su impulso inicial y la distribución del potencial en el campo por donde dicho móvil se ha de mover.

que hay algo de común, enteramente fundamental entre ambas teorías (1).

Esta coincidencia entre una teoría eminentemente estadística y *aritmética* como la de Heisenberg, y otra enteramente dinámica y geométrica, de las cuales la primera *excluye* y la segunda *necesita* las transformaciones continuas de un estado a otro, la primera ignora y la segunda se apoya en la causalidad y en el determinismo de una ley dinámica, pudiera a simple vista interpretarse como una confirmación mutua, si como lo quiere la teoría de Schrödinger y De Broglie, la ecuación de Schrödinger pudiera identificarse con la ecuación fundamental de la dinámica que rigiera los movimientos de los diversos elementos materiales que componen el átomo. Pero para que esta identificación pudiera llevar a algún resultado inteligible, sería preciso que en algún momento pudiese experimentalmente determinarse la *posición* y velocidad de cada uno de esos elementos. De nada servirían al astrónomo las leyes diferenciales de Newton si no fuese posible determinar siquiera en algún momento la posición y velocidad de un planeta; hechas una vez con exactitud estas medidas, las leyes diferenciales permiten calcular las posiciones y velocidades que tendrá en lo sucesivo para todo tiempo dicho planeta y que quedarán determinadas por una ley fija.

Ahora bien, Heisenberg ha observado, en primer lugar, que en el caso de las partículas que constituyen el átomo, no sólo no nos es posible actualmente determinar su posición y velocidad en un momento dado por falta de instrumentos suficientemente exactos, sino que es absolutamente imposible que con ningún género de aparatos pueda hacerse jamás semejante determinación, y no puede ni aun *concebirse* o *idearse* una determinación exacta de la posición de una partícula sin que esa misma determinación no hiciera completamente incierta e inexacta la de la velocidad y viceversa. En efecto:

Supongamos que dispusiéramos de un microscopio suficientemente potente para ver directamente un electrón que se mueve en una región atómica y precisar su *posición* en un momento dado. Sería para ello preciso iluminar al electrón por medio de una luz u ondulación

---

(1) El que desee comprender a fondo esta identidad que aquí no podemos hacer sino dejar indicada, puede ver nuestro artículo antes citado de *Anales del I. C. A. I.*

que nos lo permitiera ver. Ahora bien, siendo la magnitud del electrón muy inferior a la longitud de onda de los rayos de la luz ordinaria, éstos no serían reflejados por el electrón. Pero supongamos que le iluminamos por una de un período inmensamente menor, lo suficientemente corto para que fuese reflejado por el electrón (v. gr., los rayos Gamma, cuya longitud de onda es de 5 a 100 menor que el radio del átomo de Hidrógeno en la teoría de Bohr): entonces la experiencia ha demostrado que tiene lugar el llamado «efecto Compton», que consiste en que cada fotón, al chocar con el electrón, *modifica su velocidad*, y eso en una cantidad tanto mayor cuanto más corta sea la onda de la luz incidente. Por consiguiente, si se quiere determinar con precisión la posición del electrón, hay que cambiar su velocidad, perturbando su marcha para lo sucesivo, tanto más cuanto más exactamente quiera determinarse su posición. Por el contrario, para que la radiación, mediante la cual se examina su velocidad, no perturbe a ésta sensiblemente, es preciso que su longitud de onda sea tal, que se hace imposible determinar su posición.

Esta es una exposición un poco burda del llamado «principio de indeterminación de Heisenberg». El lector puede consultar a este propósito la última obra de De Broglie antes citada, p. 154. He aquí algunas palabras del autor que completarán, creo, la noción antes expuesta de un modo demasiado limitado: «El estado de un corpúsculo en la concepción clásica está definido por ocho cantidades: las coordenadas  $x$  y  $z$ , el tiempo  $t$ , las componentes del momento  $P_x$   $P_y$   $P_z$  y la energía  $W$ . Las cuatro primeras forman un grupo conjugado con el formado por las cuatro últimas. Vamos a demostrar que todo procedimiento de medida para determinar una de estas 8 magnitudes, altera necesariamente el valor de la conjugada, y esto tanto más cuanto la medida se efectúe con más precisión. La indeterminación que así resulta no debe considerarse como una indeterminación *accidental* debida a la imperfección de nuestros instrumentos; es, por el contrario, una indeterminación *esencial* debida a la perturbación del fenómeno estudiado por la *medida misma*, perturbación debida a una gran ley de la naturaleza.»

Si, pues (dicen los anticausalistas), una descripción y previsión del movimiento de una partícula atómica es en sí misma imposible, pierde de el principio del determinismo y el de causalidad toda significación para la física. En efecto, según este principio, el conocimiento exacto

del presente, determina y precisa lo que va a ocurrir en lo futuro mediante una ley. Pero si aquel conocimiento es imposible, la ley es inútil lo mismo que el principio de dependencia causal en que ella se funda.

Basándose en este «*principio de indeterminación*» y en otras varias razones de análogo carácter, que no podemos exponer aquí, rechaza Heisenberg la interpretación de la función  $\Psi$  de Schrödinger (1), como un impulso o como algo propio y exclusivamente mecánico. Y, sin embargo, había que concederle alguna significación, porque, como se ve en todas las teorías ondulatorias propuestas, se tropieza en fin de cuentas por uno u otro lado con la ecuación de Schrödinger.

Esta dificultad, al parecer insoluble, ha sido resuelta por Born (dice Haas, y esta solución ha sido al parecer aceptada por casi todo el mundo, incluso por el mismo De Broglie), admitiendo que el escalar  $\Psi$  de Schrödinger no significa mecánicamente más que la *probabilidad* de que la partícula se encuentre en tal o tal sitio, y esta probabilidad está sujeta a las leyes de la mecánica estadística usual. (2) Las ondas, pues, de que antes hablamos, son *ondas de probabilidad*, etc., etc. En la mecánica atómica nada es, pues, absolutamente cierto, todo es *probable*, aunque más o menos probable.

En la imposibilidad de exponer otros argumentos en contra de la causalidad y del determinismo sacados de las teorías ondulatorias, porque ello haría interminable este artículo, vamos a hacer algunas observaciones sobre el argumento que acabamos de exponer y que es indudablemente el principal.

1.<sup>a</sup> Observaremos en primer lugar que la *indeterminación* asig-

(1) Véase el primer artículo, p. 373 del t. 9 (1930) de esta Revista.

(2) Sin embargo, las leyes de la Mecánica estadística usual, aunque permiten llegar a la ley de Boltzmann (*la entropía es igual a una constante absoluta multiplicada por el logaritmo de la probabilidad*), no conducen a la ley de Planck sobre la «*densidad específica de radiación*». El profesor indio Bose ha demostrado que se puede llegar a ambas leyes modificando convenientemente la definición analítica de *probabilidad de un estado*. Este hecho sugiere la idea de que la *probabilidad* es una cosa cuya definición se cambia hasta que se consigue ponerla de acuerdo con los fenómenos que está llamada a explicar. Algo de esto hay, en efecto, como lo hizo ya notar hace tiempo Poincaré en su *Cálculo de Probabilidades*, y como lo haremos ver más adelante.

nada por Heisenberg es mucho menos importante de lo que se la supone. Tanto es así que, como dice De Broglie (p. 158), «en la práctica »intervienen aquí dos clases de indeterminación o incertidumbre. La »primera, admitida ya y reconocida por todas las teorías clásicas, es la »incertidumbre accidental y procedente de la imperfección inevitable »de nuestros métodos de medida.... La segunda es la incertidumbre *esencial* ligada a los movimientos moleculares y atómicos asignada por Heisenberg en su «*relación de indeterminación*». Ahora bien, en todos los casos en los que la antigua concepción mecánica es verificable por sus efectos, *la incertidumbre accidental es mucho mayor que la esencial y la hace desaparecer completamente*. Por consiguiente, todo ocurre en la práctica como si la incertidumbre esencial no existiese; *tout se passe, aux erreurs expérimentales près, comme si les conceptions déterministes de l'ancienne dynamique étaient exactes*. Es cierto que si los progresos de la técnica permitiesen determinar la verdad con precisión cada día mayor, llegaríamos, por fin, a tropezar con la indeterminación esencial de Heisenberg, y de ahí no podríamos pasar». De Broglie demuestra cuantitativamente este aserto, sin que podamos seguirle en esta demostración. Podemos, sin embargo, admitir, aunque sólo sea por la autoridad de M. de Broglie, que aun admitiendo que el escalar  $\Psi$  de Schrödinger deba interpretarse como una probabilidad, «el glóbulo de »esta probabilidad se desplaza en bloque como lo haría un punto ma- »terial en el campo de fuerzas dado según las leyes de la antigua di- »námica. Indudablemente la posición del corpúsculo físico en el inte- »rior del paquete de ondas o glóbulo de probabilidad es incierta; pero »siendo las dimensiones de dicho glóbulo inferiores a todo lo que po- »demos medir, todo sucede en la práctica como si el corpúsculo tuviese »una posición bien definida y se desplazase con arreglo a las leyes »clásicas de Newton» (p. 160).

2.<sup>a</sup> Pero además no creo posible admitir para el escalar de Schrödinger la interpretación de Born, es decir, suponer que  $\Psi$  signifi que una *probabilidad*. En efecto, la teoría de Dirac, evidentemente más completa aún que la de Schrödinger y más conforme a la experiencia, demuestra que la cantidad  $\Psi$  que figura en la ecuación de Schrödinger no es un *escalar*, sino un vector, y precisamente un *vector complejo*. Es sabido que un vector complejo significa físicamente el conjunto de un vector axial más un vector polar, siendo axiales las cantidades que no cambian de signo cuando se pasa arbitrariamente de un sistema de

ejes levógiros a otro de ejes dextrógiros, o viceversa. Tal sucede a las rotaciones. De esta doctrina clásica, absolutamente conocida y fuera de duda, parece deducirse con evidencia que una probabilidad no puede representarse sino por una cantidad AXIAL, sin que aparezca razón alguna para que la probabilidad cambie de signo cuando arbitrariamente se cambian los ejes de referencia. Creo, pues, absolutamente absurdo el suponer que el vector complejo de Dirac pueda interpretarse como una *probabilidad*. Pero esta imposibilidad llega a los límites de la evidencia si, como creo cierto, las ecuaciones de Dirac deben interpretarse en el sentido que les da últimamente el profesor húngaro Cornel Lanczos (1) y que coincide absolutamente con una teoría que tengo por cierta hace ya muchos años y de que se encuentran referencias en los artículos citados. Según esta manera de ver, la cantidad  $\Psi$  no es un escalar ni aun siquiera un vector complejo; es un TENSOR de segundo orden (2). «Aunque el vector de Dirac pudiera interpretarse como un flujo de probabilidad», semejante interpretación para un tensor de segundo orden, que es lo que hay que sustituir a dicho vector, no veo que pueda tener sentido alguno. Creo, por consiguiente, que entre el punto de vista *«reaccionario»* de la teoría que estoy exponiendo (y que consiste en una descripción completa de la teoría general de los campos de energía a base de la estructura normal del espacio-tiempo) y el punto de vista de la teoría estadística y probabilista, no hay posibilidad alguna de llegar a una transacción (*ein kompromiss nicht mehr möglich ist*).»

Pero hay algo todavía más fundamental.

3.º Supongamos un corpúsculo dentro del globo de probabilidad. Puede preguntarse: ¿la ley de indeterminación de Heisenberg significa que nos es a nosotros imposible determinar dónde se encuentra el corpúsculo, o que en realidad no está en sí misma localizada su posición? En otros términos: ¿el corpúsculo es *ilocalizable* o *ilocalizado*? (3) M. de Broglie contesta que a esta pregunta pueden darse dos respuestas:

(1) Véase la serie de artículos de *Anales* antes citados.

(2) *Die Erhaltungssätze in der Seldmässigen Darstellung der Diracschen Gleichungen*. — Z. f. Ph., t. 57, f. 7 y 8, p. 486.

(3) Esta dificultad ha sido expuesta por el propio Einstein en el Congreso Solvay, de Bruselas, en 1927.

A) Podemos conservar la idea de que el corpúsculo está realmente localizado en cada instante en el espacio, y que, por consiguiente, describe una cierta trayectoria con una cierta velocidad. Entonces las ideas de Bohr y de Heisenberg deben expresarse de esta manera: Nos es imposible determinar con exactitud dicha trayectoria y dicha velocidad, por lo cual no podemos enunciar sino proposiciones probables sobre el estado y el movimiento actual y futuro de esta partícula. No podríamos afirmar que un determinismo riguroso rige su movimiento, puesto que no podemos determinar este movimiento, pero tampoco tenemos derecho a negar la existencia de dicho determinismo.

B) Pero hay otra opinión mucho más radical que parece ser la de Bohr y de otros muchos físicos eminentes, y es la de que el corpúsculo no está realmente localizado, sino que está difundido por todo el tren de ondas. Para Bohr, los corpúsculos de materia y de luz son «unsharply defined individuals within finite space-time region.....» «The individuality of the particles transcending the space-time description meets the claim of causality.» Estas últimas palabras, poco inteligibles, a la verdad, están destinadas a explicar el hecho estrictamente demostrado por la experiencia de que a pesar de esta indeterminación de las partículas, éstas obedecen en sus movimientos constantemente a la conservación de la energía, como si ellos estuviesen regidos por una estricta causalidad. De Broglie confiesa al terminar esta cuestión, que la manera de concebir de Bohr y de Heisenberg no ha podido dar cuenta de este último hecho demostrado por Geiger Bothe, Compton, Simon y otros, y que quizás alguna idea nueva podrá armonizar estas opiniones con los hechos. Yo creo que ésta es una manera muy fina de decir que estas teorías parecen estar en abierta contradicción con ellos.

4.<sup>o</sup> Pero acerquémonos más aún al fondo de la cuestión. No creo que *de la imposibilidad de medir con exactitud las condiciones iniciales de un movimiento se pueden lógicamente deducir todas las consecuencias expuestas*. Es algo extraño que se admita el valor y la exactitud de la ecuación diferencial (que es precisamente la expresión matemática de una ley física), y admitido esto, de la imposibilidad de medir las condiciones iniciales se deduzca que la ley no rige. Se me dirá que no es esto lo que se deduce, sino que dicha ecuación no puede interpretarse como una ley de movimiento. Admitido. Pero obsérvese que de consecuencia en consecuencia se llega a la negación de toda ley dinámica

y aun del principio de causalidad, con lo cual se niega a la ecuación de Schrödinger el valor de una ley dinámica, puesto que no se admite la existencia de ninguna de ellas.

Yo creo en primer lugar que una ley dinámica suficientemente bien probada no pierde su valor porque nos sea imposible medir directamente en algún caso las condiciones en los límites. La hidráulica nos da las leyes ciertas según las cuales se mueve el agua a lo largo de un canal. La ley de la gravitación universal se ejerce sobre las partículas de agua, a pesar de lo cual nos es imposible determinar exactamente la trayectoria exacta que describe cada partícula en una cascada que se precipita por entre rocas, siendo no pocas las que serán absorbidas por el terreno o se evaporarán. Y eso nada ha tenido jamás que ver con la convicción de que la más estricta causalidad determina aquella trayectoria para nosotros totalmente desconocida.

Además, en segundo lugar creo que admitida la existencia de una ley expresada por una ecuación diferencial, no es preciso siempre, para que ella nos sirva de algo, poder medir *directamente* las constantes arbitrarias que entran en su integral. Es posible, en ciertos casos, hacer una discusión de los resultados que se seguirían *en las distintas hipótesis* que se puedan hacer para dichas condiciones iniciales, aun suponiendo que ellas no sean en sí mismas observables. Si yo deduzco que alrededor de un centro hay una corriente electrónica constituida por tal número de electrones, moviéndose con tal velocidad (ésta es la ley), no es preciso que además pueda decir que a las doce en punto del día tantos de tal mes el electrón *a* pasará por el punto de  $n^o$  de longitud boreal con respecto al meridiano de Madrid  $m^o$  de latitud Norte y tantos metros, milímetros y microns de altura sobre el nivel del mar. Los hechos, en el caso que nos ocupa, no son ciertamente la posición y velocidad de cada electrón, sino el número e intensidad de sus rayas de absorción o emisión y el de cuantums de energía que almacena el átomo. Se dice que las teorías clásicas de la Mecánica macroscópica son aplicables al sistema planetario: «Because the positions of the planets in our grosse scale of time and space are unaffected by the act of observing. But is it possible to observe an orbit of an electron?» (1).

Indudablemente, esto no es posible de una manera directa, pero sí

---

(1) SAUL DUSHMANN, *Modern Physics*.—A. SURVEY, *Gen. El Rev.*, 1930, p. 395.

es posible observar una serie de efectos indirectos de ella. Es verdad que la posición y la velocidad del planeta Neptuno podrían haber sido observados directamente sin perturbar sus valores; pero es un hecho que se determinó su órbita mucho antes de haberse podido ver directamente este cuerpo celeste, mediante la discusión de otros efectos indirectos a que su existencia y órbita daban lugar.

5.<sup>o</sup> Por último: admitida la ecuación de Schrödinger y admitida la imposibilidad de que una partícula se pueda mover como lo exigiría esa ley si significase el movimiento mecánico de una partícula, lo más que hay derecho a deducir es, no que las leyes de la naturaleza son estadísticas y que no existe la causalidad en el mundo, — yo creo que la conclusión lógica es mucho más modesta, — sino que, si la ley de Schrödinger debe admitirse y no puede interpretarse como ley de un movimiento local de una partícula, será porque debe significar otra cosa, pero no precisamente una tal que destruya toda ley física y toda causalidad. Porque hay un número muy considerable de hipótesis posibles sin llegar a esa actitud casi desesperada. (1) {Está demostrado

---

(1) Es tan evidente esta falta de lógica, que no me explico se haya llegado a dar como cierto este sentido anticausalista y antideterminista de la teoría de Heisenberg, sino porque se ha visto en ella una *ocasión* de desarrollar toda una teoría filosófica del mundo, ya anteriormente preconcebida, y se han buscado, en las especulaciones fisicomatemáticas de las modernas teorías atómicas, argumentos para apoyarla. La procedencia israelita de un gran número de físicos y matemáticos, partidarios de la brillante teoría de uno de sus correligionarios, y la notable coincidencia de toda esta filosofía con las desarrolladas en obras de los más autorizados orientadores actuales de la mentalidad judía, hacen sospechar si existirá entre ambas alguna conexión. Así, por ejemplo, al hablar de la causalidad el Dr. ALBERT LEWKOWITZ, Dozent am jüd-theol. Seminar in Breslau, dice en *Religiöse Deuker der Gegenwart*, p. 48, tratando de COHEN: «*Der Zweckgedanke ist ein gesichtspunkt der Forschung nicht eine hinter der Wirklichkeit stehende Macht.*» Esta es enteramente la tesis desarrollada por Planck en varias ocasiones como consecuencia de su principio de cuantificación. Véase, por ejemplo, su discurso «*Physikalische Gesetzmäßigkeit im Lichte neuerer Forschung*», *Die Natur Wissenschaften*, 26 marzo 1926, p. 249. No se puede negar que la clarividencia e inteligente energía con que una pléyade brillante de matemáticos judíos se ha puesto a la cabeza de las ciencias fisicomatemáticas en casi todas las Universidades del mundo, como obedeciendo a un plan o consigna, les ha conquistado una autoridad doctrinal y un prestigio que hace se acepten sus maneras de ver filosóficas envueltas inevitablemente en sus trabajos científicos de innegable valor, aunque éste no siempre se halle lógicamente encadenado a aquella ideología filosófica.

que no hay más fenómenos que los cambios de posición local? Decíamos poco ha que muchos fenómenos han de reducirse a *tensores* o a vectores complejos. ¿Es enteramente cierto que todo tensor físico ha de explicarse por el movimiento mecánico de partículas? ¿No hay más energía que la cinética?

¿Que se siguen muchísimos inconvenientes de suponer que todas las propiedades del átomo han de explicarse por simples movimientos mecánicos de los elementos que lo componen? Pues eso querrá decir a lo sumo que dicha interpretación no basta<sup>6</sup> y que habrá que acudir a otros conceptos dinámicos o cuantitativos, por cierto mucho más conformes con las nociones usuales en el cálculo tensorial que los estrictamente cinemáticos.

Yo creo ciertamente que el principio de cuantificación ha introducido una complicación en la expresión matemática de las leyes físicas, que exige una cierta revisión de muchas de ellas, en especial de las de la mecánica atómica; creo que la cuestión crítica del valor objetivo de estas discontinuidades y la expresión de multitud de sus leyes por medio del cálculo de probabilidades y de la mecánica estadística es una cuestión de sumo interés para toda la filosofía natural. Por eso diremos dos palabras sobre estos puntos.

Pero no creo que la mecánica de Heisenberg haya dado a esta cuestión crítica un apoyo más firme del que ya tenía.

JOSÉ A. PÉREZ DEL PULGAR

*(Se continuará)*