



Elogio a las actividades de experimentación en educación matemática



En el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, las actividades de experimentación tienen un papel fundamental, dado que, en un entorno basado en el aprendizaje compartido y mediante el uso de materiales manipulativos, permiten a los alumnos ir construyendo conocimiento matemático a la vez que, desde la práctica, se desarrollan las competencias matemáticas. A partir de ocho reflexiones mostramos la necesidad de potenciar, a nuestro modo de ver, el uso de este tipo de actividades en educación matemática.

Algunos miembros
de Cúbic



Anton Aubanell

aaubanel@xtec.cat

 [@AntonAubanell](https://twitter.com/AntonAubanell)

Francesc Massich

fmassich@gmail.com

 [@Massich](https://twitter.com/Massich)

Jordi Font

jfont@iesbaixamar.com

 [@jfontgon](https://twitter.com/jfontgon)

Sergi Muria

smuria@xtec.cat

 [@smuria](https://twitter.com/smuria)

Manel Martínez

mmart659@xtec.cat

 [@mmart659](https://twitter.com/mmart659)

Didáctica de la Facultat de
Matemàtiques i Informàtica
de la Universitat de
Barcelona

<http://www.ub.edu/cubic/>



Elogio a las actividades de experimentación en educación matemática

Seguramente es discutible si las matemáticas son o no son una ciencia experimental, pero estamos convencidos de que el acceso al conocimiento matemático puede verse muy favorecido por actividades de tipo experimental. Sin duda alguna la educación matemática ha de cultivar progresivamente la abstracción y la formalización de las ideas, pero debemos tener mucho cuidado en graduar los pasos de este proceso para evitar que una prematura formalización, acabe ocultando las bellas ideas matemáticas de fondo tras una cortina de lenguaje o que un planteamiento inicial excesivamente abstracto acabe alejándonos de la comprensión y del interés de un buen sector de alumnos. Quizás por estas razones en el punto 4 del decálogo de la *Didáctica de la Matemática* de P. Puig Adam (1955) se aconseja "Graduar cuidadosamente los planos de abstracción". No siempre la educación matemática ha tenido en cuenta este principio y, con frecuencia, se ha pretendido empezar el camino por lo que debería ser la última estación del trayecto. Y esto ha tenido costes para los alumnos, para la educación y para la imagen social de la matemática. Las ideas matemáticas importantes han de construirse sin prisas, saboreando a fondo su significado, gozando del camino... La experimentación (el uso de materiales manipulativos, el manejo de aplicaciones TIC, el tanteo sistemático...) debe jugar en ello un gran papel.

Henri Poincaré (1854-1912), nada sospechoso de ninguna frivolidad matemática, afirmaba que "Solo hay dos métodos para enseñar fracciones: cortando, aunque sea mentalmente, un pastel, o hacerlo con una manzana. Con cualquier otro método de enseñanza los escolares prefieren sumar numeradores con numeradores y denominadores con denominadores".

Pasteles, manzanas, regletas, cubos encajables, papel y tijeras, GeoGebra, hojas de cálculo, calculadoras... permiten configurar actividades de experimentación muy potentes para la educación matemática.

Seguramente es discutible si las matemáticas son o no son una ciencia experimental, pero estamos convencidos de que el acceso al conocimiento matemático puede verse muy favorecido por actividades de tipo experimental

Raramente las actividades de experimentación se desarrollan de manera individual. Al contrario, manifiestan toda su potencia cuando son compartidas a través del trabajo en grupo, desde parejas hasta equipos relativamente numerosos. La formulación previa de hipótesis invita al contraste de opiniones, la elección de procedimientos para el desarrollo de la experiencia y su realización hace indispensable la colaboración, la descripción de lo observado se enriquece cuando se va puliendo de manera compartida. Una metodología basada en la experimentación implica necesariamente dinámicas de trabajo en grupo y viceversa, los valores educativos de la labor en equipo se ven potenciados de manera natural, en el marco de actividades de experimentación. En este artículo se podrán ver distintos ejemplos de estas actividades que tendrán en común el hecho de realizarse cooperativamente.

Fiel a su título, este artículo pretende tejer un humilde elogio al uso de actividades de experimentación en educación matemática a través de las ocho reflexiones que presentamos a continuación.

1. Los docentes, y también las familias, estamos rodeados de oportunidades para hacer matemática de manera experimental: desde un periódico hasta unas botellas que podamos llenar de agua, desde un tubo de tres pelotas de tenis hasta unas fichas de colores, desde clips hasta cañitas de bebida... Seguro que nuestro lector, permítasenos la confianza, ante cada uno de los seis materiales citados se ha imaginado alguna manera



de usarlos para enseñar matemáticas, ha pensado qué haría para darles vida en el aula como facilitadores del aprendizaje y muy probablemente (y afortunadamente) cada uno de nosotros se imaginará una actividad distinta pensando en sus alumnos, en su estilo docente, en los contenidos que pretende trabajar... Obsérvese pues que el mero soporte (material o TIC) no define el recurso experimental, sino que es la mirada del maestro quien lo convierte en un recurso sumergiéndolo en una actividad adecuada. Los materiales (igual que las aplicaciones TIC) son como los personajes de Pirandello que buscan un autor que los convierta en protagonistas de una actividad de experimentación. Una de estas oportunidades es la de interpretar gráficos estadísticos que aparecen en los medios de comunicación, ya sea porque se malinterpretan los datos que aparecen, contienen errores o bien se muestran los datos de forma sesgada. Se puede trabajar en el aula, con un primer análisis individual donde se intenta detectar estos errores y la posterior discusión en pequeños grupos que dan pie a trabajar a fondo los conceptos estadísticos y ser críticos ante estas situaciones. También es una muy buena propuesta para hacer matemáticas en familia cuando miramos las noticias, leemos el periódico o consultamos información en la red.

2. Ante una actividad de experimentación siempre es necesario mantener una “conversación” con ella explorando sus posibilidades de convertirse en un recurso potente. En este sentido, conviene hacer una doble lectura: una lectura matemática (¿qué contenidos matemáticos nos permite trabajar?) y una lectura didáctica (¿hasta qué punto motivará a los alumnos?, ¿se adapta bien al nivel?). Si la actividad nos seduce, interpretemosla según nuestro estilo particular y llevémosla al aula. Si no nos seduce, dejémosla. El primer test para saber que una actividad de experimentación funcionará en nuestra clase es que nos guste a nosotros. Existen múltiples recursos para que el alumno construya sus propios poliedros: a

Obsérvese que el mero soporte no define el recurso experimental, sino que es la mirada del maestro quien lo convierte en un recurso sumergiéndolo en una actividad adecuada

través del encolado de desarrollos planos, mediante piezas encajables o imantadas, grapando aristas de tetrabriks, uniendo cañitas de bebida con limpiapipas... Cualquiera de los recursos anteriormente descritos tiene sus aspectos positivos, dependiendo hacia dónde estemos enfocando nuestra mirada. En el caso de las cañitas, entran en juego tres conceptos muy potentes en la geometría de los poliedros: la longitud de las aristas, la triangulación de las caras y, por encima de todo, el grado de los vértices en la elaboración de los empalmes con los limpiapipas.

3. Con mucha frecuencia, las actividades de experimentación ofrecen la posibilidad de hacer conjeturas (anticiparse razonadamente) y de realizar pequeños descubrimientos que hemos de saber celebrar. Asimismo, la última etapa de cualquier actividad de experimentación ha de consistir en poner palabras a la experiencia que nos ayuden a perfilar las ideas manejadas. Algunos grupos optarán por describir el proceso, otros se centrarán en los resultados. Compartir estas pequeñas “crónicas” nos permitirá enriquecerlas, tomar consciencia de lo que se ha realizado y construir colectivamente conocimiento matemático.

Tres actividades que permiten hacer una conjetura previa son las siguientes:

➤ Cogemos dos DIN-A4 y construimos dos cilindros, uno juntando los lados cortos y otro juntando los largos. ¿En qué cilindro caben más palomitas?



- Cogemos un decímetro cúbico de metacrilato y tres latas de refresco llenas de agua. Si vaciamos el agua dentro del decímetro cúbico ¿qué ocurrirá?
- En un bote de tres pelotas de tenis, ¿es más larga la longitud de la tapa o la altura del bote?

Todos podemos hacer una conjetura sobre estas preguntas, pero ¡la mejor manera de encontrar la respuesta es experimentando! ¡Las respuestas sorprenderán a más de uno!

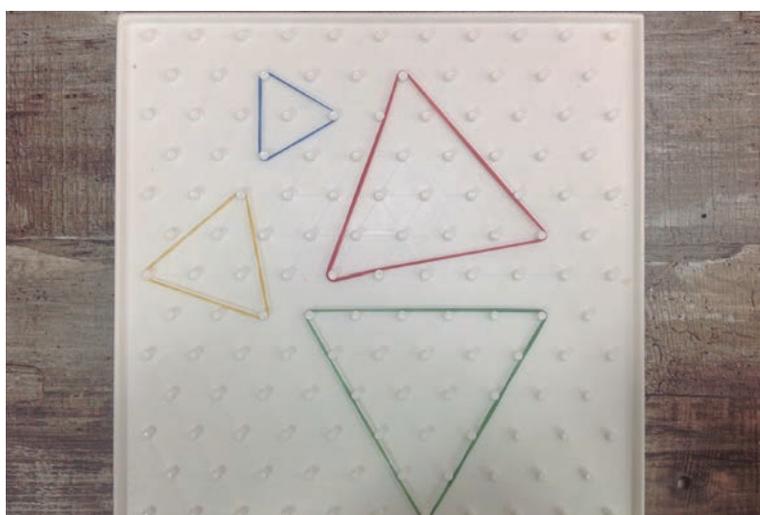
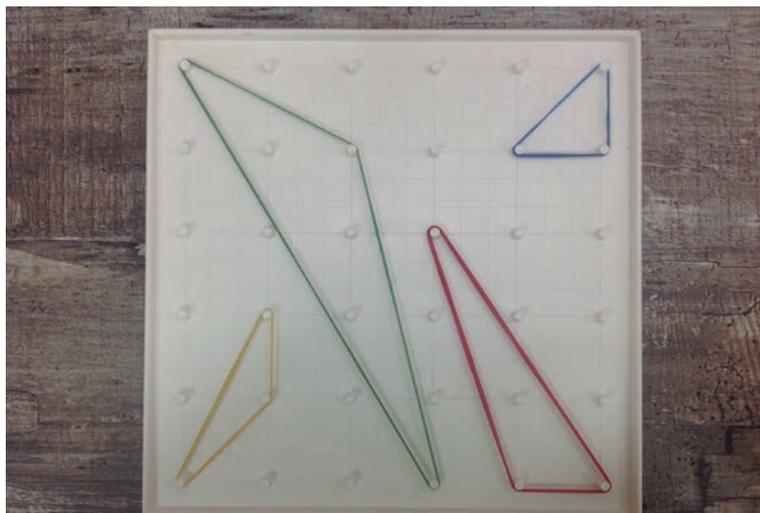
4. En la línea de la observación anterior señalamos de nuevo la importancia que, en este tipo de actividades, tiene el trabajo en grupo: la acción compartida, la conversación constructiva, el contraste de pareceres, la necesidad de argumentar..., son elementos clave para que una simple experiencia llegue a ser una actividad rica y didácticamente eficiente.

Los *role-play* son actividades donde se pone de manifiesto claramente la riqueza del trabajo en comunidad para construir conocimiento ya que en ellos se conjuga la acción personal con la representación

colectiva. Un *role-play* especialmente bonito consiste en situar un grupo de alumnos sentados formando una cuadrícula y asignarles coordenadas por filas y columnas. Después se pide que se pongan de pie aquellas "personas-puntos" que cumplan ciertas condiciones: "la suma de las coordenadas sea 6", "las dos coordenadas coincidan", "la suma de las coordenadas sea menor que 5", etc. Se irán "descubriendo" las regiones del plano que cumplen cada condición, resolviendo así "gráficamente" ecuaciones e inecuaciones lineales.

5. Las actividades de experimentación son muy inclusivas. El acercamiento a las ideas matemáticas a partir de experiencias vividas, viendo, haciendo, tocando..., no excluye a nadie y se enriquece a partir del trabajo conjunto. Cada alumno, desde su particular manera de aprender, hará una lectura más o menos profunda y más o menos ajustada a nuestros objetivos, pero no quedará indiferente, como a veces ocurre cuando se presentan unas matemáticas que viven tan solo en la pizarra o en los cuadernos de ejercicios.

▲
Poliedros realizados por
alumnos de 3.º ESO con
tetraBriks



El geoplano es un buen material para realizar actividades de experimentación geométricas

Si en clase proponemos a nuestros alumnos (individualmente o en grupos), que diseñen un mosaico, todos los alumnos se sienten interpelados, llamados a participar en la actividad y, sobre todo, capaces de aportar sus ideas. No tendremos ningún alumno que no sepa qué se está pidiendo o por dónde empezar. Además, todos podrán profundizar tanto como quieran. Partiendo de este punto, ¡a trabajar simetrías, rotaciones o traslaciones! Además, se pueden poner tantas condiciones como queramos. Por ejemplo, los azulejos deben tener dos colores y los dos deben ocupar el mismo espacio. Evidentemente, para potenciar la experiencia, acabaremos construyendo el mosaico.

6. Las actividades de experimentación con materiales y los recursos tecnológicos no se contraponen, sino que se complementan actuando en diferentes

momentos del aprendizaje. Unas y otros ofrecen al alumno experiencias distintas, las primeras, más realistas aunque particulares, los segundos más generalizables aunque meramente virtuales. Conviene hablar distintas lenguas para llegar a diversos estilos de aprendizaje.

Lanzar dados, monedas, hacer girar ruletas, experimentar con juegos de azar..., deberían ser actividades cotidianas en el transcurso del trabajo probabilístico en nuestras aulas. Supongamos que tenemos doce caballos, numerados del uno al doce, dispuestos a hacer una carrera en un tablero, por ejemplo, de 10 casillas. Cada caballo avanza una casilla si la suma de dos dados lanzados coincide con su número. ¿Cuál será el primer caballo en cruzar la línea de llegada? ¿Algún caballo no ha avanzado ninguna casilla? ¿Por qué? La experimentación a través del juego es una herramienta muy potente. Sin embargo, podemos ir más allá experimentando con simuladores del juego para validar nuestras conjeturas y adentrarnos en el proceso final de su justificación.

7. Las actividades de experimentación han de aparecer de manera natural y quedar bien enlazadas con las actividades anteriores y posteriores. No debe transmitirse al alumno la percepción de que se trata de curiosidades, excepciones, distracciones, complementos... Hay que proyectar la idea real de que se trata de actividades genuinamente matemáticas, que manejan contenidos sólidos, que son educativamente importantes. Una idea que se verá reforzada si tienen presencia en la evaluación.

Las actividades con geoplanos (ya sean ortogonales, isométricos o circulares) o tramas sobre papel serían un buen ejemplo de esta situación. Nos permiten trabajar las figuras geométricas, sus características y sus propiedades de forma experimental: construcción y descomposición de figuras, medida de perímetros, áreas o ángulos, trabajo con coordenadas, pequeñas investigaciones a partir de preguntas concretas, etc. Estas actividades son muy fáciles de ubicar dentro de la programación de aula.



Un ejemplo muy bonito es el descubrimiento de la fórmula de Pick para el cálculo de áreas de polígonos a partir de los nodos interiores y frontera de una figura.

8. En todas las etapas educativas (incluida la universidad) la enseñanza de las matemáticas puede potenciarse con actividades de experimentación. En algunas ocasiones parece que las actividades de experimentación son frivolidades; que las matemáticas “con denominación de origen” son las de tiza, lápiz y papel, que las experiencias basadas en materiales solo sirven para las primeras etapas del aprendizaje. Estamos convencidos de que no es así. Las actividades de experimentación no trivializan, al contrario, permiten trabajar contenidos avanzados. En este sentido, si una actividad es potente y nos lo permite, no nos ha de dar miedo avanzar con ideas, lo que nos ha de dar miedo es avanzar con formalismos. Es indudable el interés matemático de las superficies mínimas generadas por pompas de jabón; de la construcción práctica de ciertas cuádricas que, en algunos casos, tan solo se presentan a través de sus ecuaciones;

de la construcción de cónicas a partir de su definición como lugar geométrico y de la constatación de sus propiedades focales. Se trata de territorios matemáticos en absoluto elementales cuya exploración puede verse muy facilitada a través de experiencias prácticas.

La dirección de visión óptima de un halcón forma 40° con su pico de manera que, cuando caza, ha de mantener la visual de su presa a 40° respecto de la dirección de avance. En estas condiciones, ¿cómo será la trayectoria del halcón?

Podemos realizar un *role-play*: un alumno hace de halcón y un objeto de presa. Damos al alumno-halcón una estructura formada por dos listones que se abren 40° (dirección de avance y visual). El “halcón” avanzará a pasitos y, después de cada paso, girará ligeramente para mantener la visual enfocando la presa. Señalando con tiza la trayectoria del “halcón” descubriremos la espiral logarítmica. ¡Se trata de una manera muy intuitiva de introducir un concepto muy avanzado!

Cada una de las ocho reflexiones que acabamos de proponer incluye un ejemplo

▲
Cúpulas de Leonardo
del Museu de
Matemàtiques de
Catalunya (mmaca)
expuestas en el
edificio histórico de
la Universidad de
Barcelona



Tendríamos que ser proveedores de sensaciones matemáticas positivas, propiciadores de pequeños o grandes éxitos matemáticos. Sería bonito conseguir que todo alumno tuviera sus minutos de gloria matemática

de actividad matemática de experimentación. Estas actividades tratan contenidos distintos y corresponden a diferentes niveles, pero tienen en común que pretenden construir conocimiento matemático en comunidad: se formulan conjeturas y se debate para consensuar hipótesis, se realiza la experiencia de manera colaborativa, se comparte la emoción del descubrimiento, se busca colectivamente la mejor manera de describir las ideas observadas... En cada ejemplo tratamos de construir trayectos compartidos de aprendizaje matemático.

Con demasiada frecuencia se traslada al alumno la idea de que las matemáticas viven exclusivamente en las pizarras de nuestras aulas y en los cuadernos de ejercicios. Sin duda alguna, estos son espacios importantes en el trabajo matemático, pero se trata de "ecosistemas bidimensionales" que, necesariamente, deben com-

plementarse con una tercera dimensión: la experiencia con materiales, con aplicaciones TIC, con contextos reales...

Aún quisiéramos dar un paso más para el cual nos gustaría apelar, otra vez, a la propia experiencia del lector que, si ha llegado hasta aquí, probablemente es porque ama las matemáticas. ¿Nos hemos preguntado por qué nos entusiasman las matemáticas? ¿Quizá por sus aplicaciones? ¿Acaso por su belleza formal? ¿Podría ser por su coherencia lógica?

Probablemente un poquito por cada uno de estos aspectos, pero estamos seguros de que, sobre todo, las matemáticas nos entusiasman porque hemos sentido la emoción de resolver un problema "bonito", de descubrir una pequeña regularidad numérica, de tener éxito en un reto de ingenio, de formular un razonamiento propio, de contemplar una forma geométrica bella... Tendremos que convenir que, principalmente, las matemáticas nos seducen porque nos hemos emocionado con ellas. Por esto pensamos que hemos de añadir aún una cuarta dimensión a la experiencia matemática escolar: la emoción. Deberíamos lograr que todo alumno, tantas veces como fuera posible, se emocione haciendo matemáticas. Tendríamos que ser proveedores de sensaciones matemáticas positivas, propiciadores de pequeños o grandes éxitos matemáticos. Sería bonito conseguir que todo alumno tuviera sus minutos de gloria matemática.

¡Os invitamos a hacer matemáticas en 4D, compartiendo emociones para construir conocimiento!



PARA SABER MÁS

AUBANELL POU, A. (2006). *Recursos materials i activitats experimentals en l'educació matemàtica a secundària*. Recuperado de <http://www.xtec.cat/~aaubanel/>

GUZMÁN OZAMIZ, M. DE (2006). *Para pensar mejor: desarrollo de la creatividad a través de los procesos matemáticos*. Madrid: Pirámide.

PUIG ADAM, P. (1956). *Didáctica Matemática Eurística*. Madrid: Instituto de Formación del Profesorado de Enseñanza Laboral.



HEMOS HABLADO DE

Materiales manipulativos; enseñanza experimental; educación matemática; demostraciones; metodología.

Este artículo fue solicitado por PADRES Y MAESTROS en mayo de 2018, revisado y aceptado en octubre de 2018.