

Seis lecciones de educación matemática en tiempos de cambio



Itinerarios didácticos para aprender más y mejor

Las matemáticas se han presentado tradicionalmente como un conocimiento abstracto que se aprende mediante la ejercitación: ¡cuántos más ejercicios, mejor aprendizaje! Nada más lejos de la realidad: la mecánica ayuda a memorizar, pero no a comprender ni usar eficazmente el conocimiento matemático. El artículo plantea una visión respetuosa con las necesidades reales de los niños para aprender matemáticas: se propone un itinerario que incluye situaciones cotidianas, materiales manipulativos, juegos, recursos literarios, tecnológicos y gráficos y se ofrecen orientaciones para padres y maestros.

Ángel
AlsinaUniversidad de Girona
angel.alsina@udg.edu<https://www.facebook.com/emipalsina/>



Recogida de datos
estadísticos en
contexto

Romper el enfoque tradicional de la enseñanza de las matemáticas requiere una transformación, tanto en la familia como en la escuela, que permita a los niños aprender matemáticas de acuerdo con sus necesidades reales. Con este propósito, años atrás se planteó “la pirámide de la educación matemática” para describir de forma sencilla los posibles contextos de enseñanza de las matemáticas y su frecuencia de uso.

En este artículo se quiere dar un paso más: se propone una secuenciación que considera los distintos contextos en forma de itinerario didáctico, organizando la enseñanza desde los niveles inferiores a los superiores de la pirámide. Cada nivel se ilustra con una lección de educación matemática que forma parte de mi experiencia profesional y se ofrecen argumentos y orientaciones para que los padres y los maestros puedan aplicarlo en el hogar y la escuela respectivamente.

Seis lecciones de educación matemática para la aplicación de itinerarios didácticos

Lección 1: sobre el uso de contextos de vida cotidiana

“Durante unas jornadas de comunicación e intercambio de conocimientos entre maestros en activo y formadores de maestros, una maestra me explicó que trabajaba las matemáticas en conexión con el entorno porque respondía mejor a los intereses de sus alumnos. Me propuso analizar sus actividades, que resultaron ser una joya: una de ellas, por ejemplo,

era una investigación estadística a partir de los vehículos que circulaban por una rotonda al lado de la escuela. La maestra había observado que los alumnos mostraban interés y les preguntó ¿de qué tipo de vehículos deben pasar más? Fueron a la rotonda y recogieron datos, los organizaron, representaron e interpretaron, de manera que todos usaron conocimientos matemáticos de forma comprensiva y eficaz”.

Esta es la primera lección que aprendí: observar y dar respuesta a los intereses de los niños en relación con el entorno que los rodea es el punto de partida imprescindible para garantizar que se produzca un verdadero aprendizaje. Algunas de las ventajas de trabajar a partir de situaciones de la vida cotidiana son las siguientes: 1) pueden motivar a los niños, ayudarles a comprender por qué las matemáticas son útiles y necesarias; 2) pueden favorecer que aprendan a usar las matemáticas en la sociedad, además de descubrir qué matemáticas son relevantes para su educación y profesión posteriores; 3) pueden incrementar el interés por las matemáticas; 4) pueden despertar la creatividad, impulsarlos a utilizar estrategias informales y de sentido común; y 5) pueden actuar como mediadores entre la situación concreta y las matemáticas abstractas. Por estas razones, las situaciones de vida cotidiana se sitúan en el primer nivel del itinerario.

Desde casa, los padres pueden contribuir a esta manera de enseñar matemáticas con tres consejos muy sencillos de llevar a la práctica:

- Educad la mirada matemática de vuestro hijo. Ayudadle a descubrir los aspectos matemáticos del entorno: las características de los objetos, cuántos hay, su forma y tamaño, etc. Le ayudará a comprender que las matemáticas forman parte de la vida cotidiana.
- Mostrad a vuestro hijo que las matemáticas también están muy presentes en la cultura: en el deporte o en el arte, por ejemplo, hay cantidades, posiciones, formas, etc. Le ayudará a com-



ACTIVIDADES DE AULA

Se propone, a modo de ejemplo, un itinerario didáctico con 15 actividades para trabajar contenidos de geometría en Educación Infantil, con el propósito de que sirva de ejemplo para el diseño de otros itinerarios didácticos para trabajar contenidos matemáticos en infantil y primaria.

prender que las matemáticas están en todas partes.

- Explicad a vuestro hijo que las matemáticas sirven para comprender y describir el mundo que nos rodea. Animadle a contar de vez en cuando elementos que hay a su alrededor y a organizar y representar los datos en tablas y gráficos sencillos. Le ayudará a comprender la utilidad de las matemáticas.

Lección 2: sobre el uso de materiales manipulativos

“En una ocasión tuve el privilegio de impartir un curso a maestros en un bello pueblo portuario de Asturias. Se realizaban varias sesiones distribuidas en tres periodos para que los maestros implementaran los nuevos conocimientos y tuvieran retroalimentación. Una participante me invitó a visitar su escuela, una escuela rural situada en una zona de montaña, para ver de primera mano qué matemáticas trabajaba y cómo las trabajaba. Recuerdo de forma entrañable la impresión que me causó: era una sala grande con mesas agrupadas para trabajar cooperativamente y había otra mesa repleta de materiales manipulativos. La maestra me explicó que tenía todos los materiales expuestos para que los alumnos eligieran el más útil para resolver retos, problemas o investigaciones que les planteaba”.

Allí aprendí la segunda lección: los materiales manipulativos, por ellos mismos, no son garantía de aprendizaje, sino que lo que garantiza el aprendizaje es la gestión que se hace con ellos. En otras palabras, se trata de ofrecer las ayudas necesarias (retos en forma de buenas preguntas, etc.) para despertar curiosidad e interés por investigar con los materiales. Este es el quid de la cuestión: la manipulación es mucho más que una manera divertida de desarrollar aprendizajes; es una manera de aprender más eficaz, ya que permite visualizar de manera concreta ideas matemáticas abstractas. Es desde este prisma desde el que los materiales manipulativos se sitúan en el segundo nivel del itinerario.

Situaciones cotidianas	<ol style="list-style-type: none"> 1. Realizamos un recorrido alrededor de la escuela a partir de un plano que sirve para orientarnos. 2. Paseamos por un parque y descubrimos las formas que hay en él. 3. Analizamos un cuadro para descubrir qué formas hay en él, en qué lugar están, etc.
Materiales manipulativos	<ol style="list-style-type: none"> 4. Observamos las propiedades geométricas de figuras geométricas de diferentes colores (¿cómo son los lados?, ¿cuántos lados tiene?) y, posteriormente, las clasificamos a partir de diversos criterios (según el número de lados, etc.). 5. Observamos las propiedades geométricas de cajas de diferentes formas y tamaños (¿cómo son sus caras?, ¿cuántas caras tiene?) y las clasificamos según su superficie (plana, curva, plana y curva). 6. Usamos palillos o cañas de bebida y plastilina para construir figuras planas y cuerpos geométricos, y piezas de construcción para hacer composiciones y descomposiciones de formas.
Juegos	<ol style="list-style-type: none"> 7. Participamos en juegos motrices, como por ejemplo la rayuela, tierra, mar y aire, etc. 8. Jugamos a hacer figuras geométricas con gomas elásticas (los niños y niñas hacen de vértices) que fomenten la estimación como por ejemplo: “si hemos hecho un cuadrilátero y sale un niño, ¿en qué se convertirá?”. 9. Utilizamos juegos de mesa (el parchís, el juego de la oca, las damas, etc.) para aprender a situarnos en un tablero, o bien puzzles, rompecabezas, etc., para hacer composiciones de formas.
Recursos literarios	<ol style="list-style-type: none"> 10. Explicamos cuentos en los que la posición o la forma tengan un papel protagonista, como por ejemplo <i>La ratita presumida</i>, en el que los personajes van apareciendo uno detrás de otro. A continuación, proponemos que los niños y niñas escenifiquen el cuento y planteamos preguntas del tipo: “¿quién va detrás de...?; ¿quién va delante de...?; ¿qué personaje va entre...?”, etc. 11. Cantamos canciones, como por ejemplo <i>La Yenka</i>, en las que se trabajan aspectos relativos a la posición o bien a la forma, y las escenificamos.
Recursos tecnológicos	<ol style="list-style-type: none"> 12. Utilizamos programas interactivos de ordenador para construir puzzles, en los que es preciso hacer desplazamientos, girar piezas, etc. 13. Hacemos recorridos con robots educativos programables (Beebots).
Recursos gráficos	<ol style="list-style-type: none"> 14. Hacemos líneas rectas, curvas, entrecruzadas, etc., con una fregona. 15. Representamos en un papel blanco las construcciones hechas previamente con materiales manipulativos diversos.

La familia puede contribuir con estos dos consejos:

- Mostrad a vuestro hijo que las matemáticas son mucho más que contar: clasificad objetos según distintos cri-



CAMINANDO JUNTOS

La familia tiene un papel protagonista en la educación matemática de los hijos. No es imprescindible tener grandes conocimientos matemáticos para favorecer el desarrollo del pensamiento matemático desde la familia, pero sí es necesaria una actitud favorable que complemente el trabajo que se realiza en la escuela. El decálogo “Compartir la educación matemática con las familias”, que aparece citado en la sección PARA SABER MÁS, se ha redactado con la intención de ofrecer orientaciones elementales a las familias que permitan coconstruir la alfabetización matemática de los niños. Las ideas de este decálogo aparecen sintetizadas en este artículo en forma de consejos dirigidos a los padres, para que puedan contribuir desde el hogar a fomentar el aprendizaje de las matemáticas a través de los distintos contextos: situaciones de vida cotidiana, materiales manipulativos, juegos, recursos literarios, tecnológicos y gráficos respectivamente.

Compartir la educación matemática. Decálogo

1. Educad la mirada de vuestro hijo. Ayudadle a descubrir los aspectos matemáticos del entorno: las características de los objetos, cuántos hay, su forma y tamaño, etc. Le ayudará a comprender que las matemáticas forman parte de la vida cotidiana.
2. Mostrad a vuestro hijo que las matemáticas también están muy presentes en la cultura, en el deporte o en el arte, por ejemplo: hay cantidades, posiciones, formas, etc. Le ayudará a comprender que están en todas partes.
3. Explicad a vuestro hijo que sirven para comprender y describir el mundo que nos rodea. Animadle a contar de vez en cuando elementos que hay a su alrededor, así como a organizar y representar los datos en tablas y gráficos sencillos. Le ayudará a comprender su utilidad.
4. Mostrad a vuestro hijo que son mucho más que contar: clasificad objetos según distintos criterios, ordenad algunos según el tamaño, medidlos, etc. Le ayudará a comprender qué son las matemáticas.
5. Ayudad a vuestro hijo a resolver situaciones problemáticas relacionadas con las matemáticas: acoged con interés las preguntas que os haga. Le ayudará a desarrollar su capacidad para resolver problemas.
6. Intentad que vuestro hijo piense las dudas que plantea y las resuelva él mismo de forma argumentada, formulándole nuevas preguntas o mostrándole alguna situación parecida, más que dándole directamente la respuesta. Le ayudará a desarrollar su razonamiento matemático.
7. Hablad con vuestro hijo sobre cómo consigue aprender y resolver las situaciones matemáticas e intentad que escuche cómo lo logran los demás. Le ayudará a desarrollar su capacidad de comunicarse matemáticamente.
8. Interesaos por las matemáticas que vuestro hijo ha hecho en la escuela, valoradlas y apoyad la acción del maestro. Le ayudará a que él mismo también las valore.
9. No os avergoncéis nunca de no saber dar una respuesta a los retos matemáticos que os plantea vuestro hijo: investigad juntos para encontrarla. Le ayudará a comprender que se puede aprender matemáticas a través de los demás y con los demás.
10. Confíad en las posibilidades de vuestro hijo para las matemáticas, reconoced su esfuerzo y animadlo siempre a mejorar; debe estar convencido de que vosotros creéis firmemente que puede tener éxito. Le ayudará a adquirir seguridad y confianza en él mismo.

Fuente: Alsina, Á. (2015). Decálogo “Compartir la educación matemática con las familias”. *Aula de Infantil*, 79, 24.

terios, ordenadlos según el tamaño, medidlos, etc. Le ayudará a comprender qué son las matemáticas.

- ➔ Ayudad a vuestro hijo a resolver problemas usando materiales que le ayuden a visualizar las ideas matemáticas. Le ayudará a desarrollar su capacidad para resolver problemas.

Lección 3: sobre el uso de juegos

“Durante los años que trabajé con la maestra y matemática M.^a A. Canals, a quien se otorga el mérito de haber desarrollado la matemática recreativa y su campo lúdico, pude profundizar en el uso del juego para aprender matemáticas: entre otras historias, me explicó que en los años sesenta del siglo pasado fundó la escuela Ton i Guida en un barrio obrero de Barcelona para atender a niños emigrantes con muy pocos recursos.

Se entusiasmaba al contar que los primeros días fueron especialmente duros porque no lograba construir un ambiente de aprendizaje: los alumnos no asistían a clase con regularidad, tenían muy pocos hábitos de trabajo... y solo después de reflexionar mucho sobre cómo enderezar aquella situación, encontró la solución: ¡estaba en el juego! Jugando, sus alumnos empezaron a aprender normas, a comportarse, a respetar los turnos...” y a mí me permitió aprender la tercera lección: todos los niños tienen el derecho y la necesidad de jugar para aprender. En el caso de las matemáticas, pues, el juego no es un entretenimiento o una recompensa para los que terminan antes una actividad, sino un recurso de aprendizaje eficaz para todos. En este sentido, el juego se sitúa en el tercer nivel del itinerario ya que es su parte de la vida más real y permite hacerles ver la necesidad y la utilidad de aprender matemáticas; es enormemente motivador (los niños se implican mucho y se lo toman en serio); permite desarrollar procesos psicológicos necesarios para aprender matemáticas (atención, memoria, resolución de problemas, razonamiento, etc.); los niños pueden afrontar contenidos matemáticos nuevos sin miedo al fracaso inicial, por lo que aprenden

a partir del propio error y del error de los demás; y respeta la diversidad del alumnado, todos pueden jugar según sus capacidades.

En casa pueden usarse juegos a partir de dos nuevos consejos:

- Intentad que vuestro hijo piense las dudas que plantea un juego y las resuelva él mismo de forma argumentada, formulándole nuevas preguntas o mostrándole alguna situación parecida, más que dándole directamente la respuesta. Le ayudará a desarrollar su razonamiento matemático.
- Hablad con vuestro hijo sobre cómo consigue aprender y resolver los problemas implícitos en muchos juegos e intentad que escuche cómo lo consiguen los demás. Le ayudará a desarrollar su capacidad de comunicarse matemáticamente.

Para seguir estas tres primeras lecciones desde la escuela, recomendamos a los maestros sistematizar la enseñanza de las matemáticas mediante el Modelo de Alfabetización Matemática en la In-

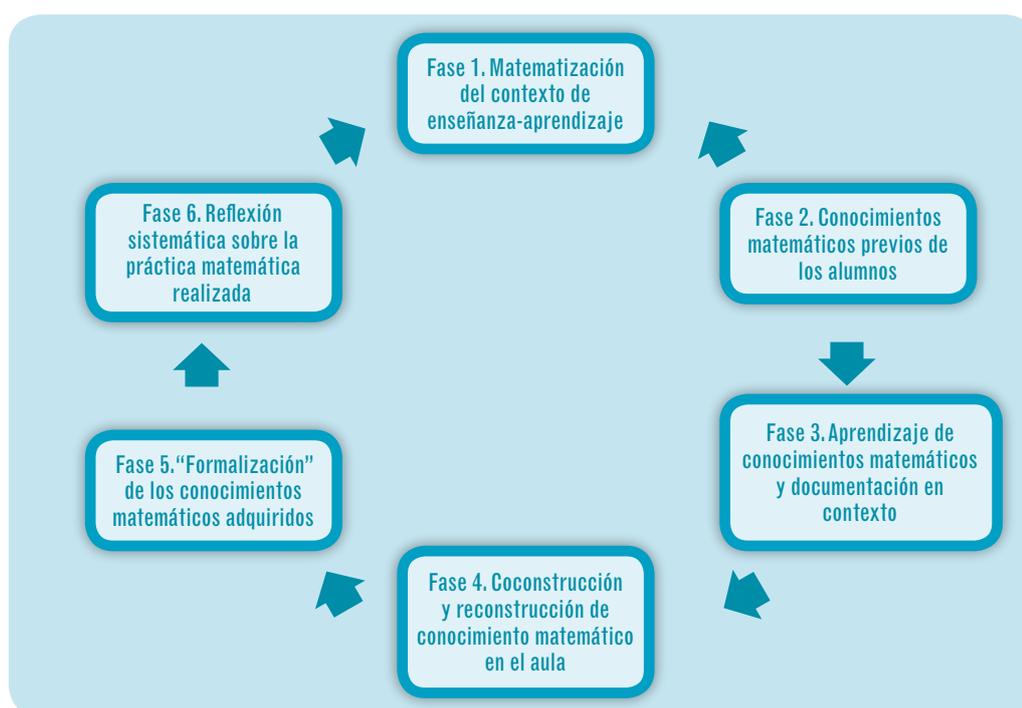


Tablas de multiplicar con las regletas

fancia, que incluye seis fases expuestas en el gráfico de esta página.

Lección 4: sobre el uso de recursos literarios

Los cuentos, novelas, canciones, adivinanzas..., tienen también un espacio en la enseñanza de las matemáticas. "Recuerdo una ocasión en la que visité una escuela para hacer un seguimiento a una futura maestra en prácticas: primero explicó el cuento *¿Qué gusto tiene la luna?* (un animal sube los brazos para alcanzar la luna; al verlo, la luna sube un poco más; el animal no llega y decide pedir ayuda; viene otro animal y sube encima..., hasta



Enseñar matemáticas desde la escuela: Modelo de Alfabetización Matemática en la Infancia (Alsina, 2017)



ÁGORA DE PROFESORES

Para el diseño y la gestión de las actividades matemáticas competenciales en el aula se sugiere seguir las fases del modelo de alfabetización matemática en la infancia, que aparece citado en la sección PARA SABER MÁS. El modelo se fundamenta principalmente en declaraciones de posición sobre la educación matemática de varios organismos internacionales y en los principios de la Educación Matemática Realista, y plantea que, una vez finalizada la práctica docente, el alumno debería haber aprendido un nuevo conocimiento matemático importante con profundidad y comprensión que, a su vez, será el punto de partida para emprender un nuevo aprendizaje.

El maestro, a partir de la reflexión sistemática de la propia práctica, planificará nuevas prácticas para que, desde lo concreto, el alumno pueda conectar nuevos aprendizajes con el conocimiento (formal) interiorizado en una práctica matemática anterior. Todo ello, para fomentar el uso comprensivo y eficaz del conocimiento matemático, es decir, la alfabetización matemática de los alumnos.

- Analizad previamente los conocimientos matemáticos (números, formas, medidas, patrones, etc.) que hay en un relato o una canción: después explicad las historias, cantad las canciones, etc. Les ayudará a entender que en los recursos literarios también hay matemáticas.
- Hacedles preguntas que incidan en los aspectos matemáticos y pedidles que lo representen en un papel. Los ayudará a aprender matemáticas a través de los procesos matemáticos de comunicación y representación.



▲
Datos para trabajar
el cálculo y la
probabilidad

el último animal, que alcanza la luna); a continuación, la futura maestra formuló preguntas sobre el cuento y pidió que representaran la secuencia en un papel para analizar si habían interiorizado el patrón, que es un conocimiento algebraico que fomenta habilidades como la generalización.

Los niños se implicaron totalmente en la actividad, sin excepción", y aprendí la cuarta lección: los recursos literarios, si se parte de una planificación y gestión adecuadas, son una buena herramienta para aprender matemáticas puesto que la motivación está garantizada. Por esta razón, estos recursos se incluyen en el itinerario, inmediatamente después de los juegos.

Algunos consejos sencillos para usar estos recursos, tanto en la familia como en la escuela, son los siguientes:

Lección 5: sobre el uso de recursos tecnológicos

Ordenadores, *tablets*, *blogs*, *wikis*, *Applets*, robots educativos programables... son algunos recursos tecnológicos que han aterrizado con fuerza en las últimas décadas. Esta abundancia de recursos requiere reflexionar, tanto desde la familia como desde la escuela, acerca de su papel en el aprendizaje.

"En la pirámide de la educación matemática, los recursos tecnológicos se situaron en un nivel intermedio, ya que se asumía que lo esencial para aprender matemáticas son los contextos reales y realistas. En algunas actividades de formación, algunos maestros y futuros maestros han cuestionado esta posición, a raíz principalmente del boom que supuso la implementación de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC). Para reflexionar acerca de ello, recientemente se ha realizado un estudio exploratorio con 126 maestros sobre el orden de relevancia de los contextos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas que se indican en la pirámide. A partir de una escala de 1 (menos relevante) a 6 (más relevante), el 25,9% de los maestros han dado una puntuación de 4 o más a los recursos tecnológicos". El contraste entre estos datos (que no son concluyentes) con el efecto que causó la aparición de las TIC, me han permitido formular la quinta lección: la implantación de recursos tecnológicos no debe-

A través de las TIC los conocimientos matemáticos se materializan mediante representaciones visuales que facilitan el aprendizaje

ría responder al éxito repentino, sino a profundos procesos de reflexión que permitan obtener de ellos el máximo rendimiento en un itinerario de enseñanza de las matemáticas. A través de las TIC, por ejemplo, los conocimientos matemáticos se materializan mediante representaciones visuales que facilitan el aprendizaje. Además, permiten generar una rica interacción con el conocimiento mediante escenas matemáticas interactivas y dinámicas que potencian la creatividad.

Desde esta perspectiva, se ofrecen algunos consejos útiles tanto para los padres como para los maestros:

- Proporcionad recursos tecnológicos para aprender matemáticas después de analizar sus posibilidades y reflexionar sobre sus ventajas. Ayudará, por ejemplo, a desarrollar habilidades de representación del conocimiento matemático, de resolución de problemas, de pensamiento computacional, etc.
- Procurad que los recursos tecnológicos se usen en su justa medida y bajo supervisión: interactuad con vuestros hijos/alumnos, permitiendo que se equivoquen y que aprendan de sus errores. Les ayudará a utilizarlos adecuadamente para lograr el máximo beneficio.

Lección 6: sobre el uso de recursos gráficos

Los recursos gráficos incluyen principalmente las fichas y los libros de texto, que son dos herramientas que han generado cierto debate educativo. "Por poner un ejemplo, un tiempo atrás hubo un tenso



▲ Representación de la secuencia del cuento de Michael Greniec, *¿A qué sabe la luna?*

debate en un grupo abierto de maestros de una red social, que aquí se mantiene en el anonimato, a raíz de la publicación de fichas para practicar sumas y restas: una maestra preguntó "¿y esto para qué sirve?", dando lugar a opiniones contrapuestas que iban desde la falta de sentido hasta que el recurso era fantástico".

Esta situación controvertida, junto con muchas otras que he vivido impartiendo

▼ Robots educativos programables para trabajar patrones





2237 <u>+4130</u>	7415 <u>+3165</u>	2237 <u>+4130</u>	8612 <u>+4681</u>	3211 <u>+4232</u>	4632 <u>+7351</u>
7535 <u>+3245</u>	9573 <u>+2158</u>	6116 <u>+1768</u>	9851 <u>+1356</u>	1232 <u>+9963</u>	2597 <u>+9633</u>
5321 <u>+9912</u>	3880 <u>+7514</u>	2213 <u>+7461</u>	5533 <u>+7695</u>	1325 <u>+6621</u>	6788 <u>+4556</u>
4849 <u>+1557</u>	6893 <u>+7752</u>	2413 <u>+8431</u>	1463 <u>+4236</u>	7735 <u>+3211</u>	6622 <u>+7351</u>
1411 <u>+8440</u>	8621 <u>+7153</u>	7813 <u>+1237</u>	1532 <u>+7921</u>	1353 <u>+5533</u>	9635 <u>+1435</u>

Una ficha clásica para ejercitar el algoritmo de la suma

actividades de formación, me han permitido aprender la sexta y última lección: las fichas y los libros de texto, si están bien elaborados, se pueden usar al final del itinerario para que los niños representen por escrito lo que han aprendido previamente. Está claro, pues, que estos recursos también ejercen una función: si bien es cierto que habitualmente parten de situaciones descontextualizadas que conllevan aprendizajes poco significativos, pueden ayudar a avanzar hacia la abstracción, que es una de las finalidades de las matemáticas.

En este sentido, y dado que los maestros tienen ya múltiples directrices, se exponen dos consejos exclusivamente para los padres:

- Analizad los recursos gráficos que usa vuestro hijo en la escuela, pero evitad medir su aprendizaje por la cantidad de fichas o páginas del libro hechas. Le ayudará a comprender que las matemáticas son mucho más que los recursos gráficos.
- No os avergoncéis de no saber dar una respuesta a vuestro hijo sobre los ejercicios que plantea una ficha o un libro: investigad juntos para encontrarla. Le ayudará a comprender que se pueden aprender matemáticas a través de y con los demás.

Para finalizar, solo quedan por indicar dos cuestiones referentes tanto al papel de los padres como al de los maestros en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. En relación a los padres, quizás la labor más importante, junto con las expuestas, es confiar en las posibilidades de los hijos para aprender matemáticas, reconocer su esfuerzo y animarlos siempre a mejorar; los hijos deben estar convencidos que los padres creen firmemente que pueden tener éxito. Muy probablemente, les ayudará a adquirir seguridad y confianza con las matemáticas. Y respecto a los maestros, lo más extraordinario es tener claro que, a pesar de las dificultades y esfuerzos que conllevan los tiempos de cambio, tienen la preparación, la fuerza y la ilusión para hacerles frente y superarlos con éxito. Con toda seguridad, les ayudará a llevar a cabo una enseñanza eficaz y en concordancia con las necesidades del s. XXI •



PARA SABER MÁS

- ALSINA, Á. (2017). Caracterización de un modelo para fomentar la alfabetización matemática en la infancia: vinculando la investigación con buenas prácticas. *AIEM, Avances de Investigación en Educación Matemática*, 12, 59-78.
- ALSINA, Á. (2015). Decálogo "Compartir la educación matemática con las familias". *Aula de Infantil*, 79, 24.
- ALSINA, Á. (2010). La "pirámide de la educación matemática", una herramienta para ayudar a desarrollar la competencia matemática. *Aula de Innovación Educativa*, 189, 12-16.



HEMOS HABLADO DE

Educación matemática; alfabetización matemática; contextos de enseñanza-aprendizaje; Educación Infantil; Educación Primaria.

Este artículo fue solicitado por PADRES Y MAESTROS en mayo de 2018, revisado y aceptado en octubre de 2018.