APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS Y DESARROLLO DE HABILIDADRES DEL PENSAMIENTO

Rocío A. González Díaz

"Descubrimiento de lógicas, reglas, secuencias, capacidad de abstracción, búsqueda creativa de soluciones... son algunas de las habilidades que pueden potenciar las matemáticas"

JUEGOS MÁGICO-MATEMÁTICOS

¿Creatividad en Matemáticas?

Cuando se piensa en creatividad generalmente es asociado a actividades artísticas como la pintura, la danza, la literatura u otros.

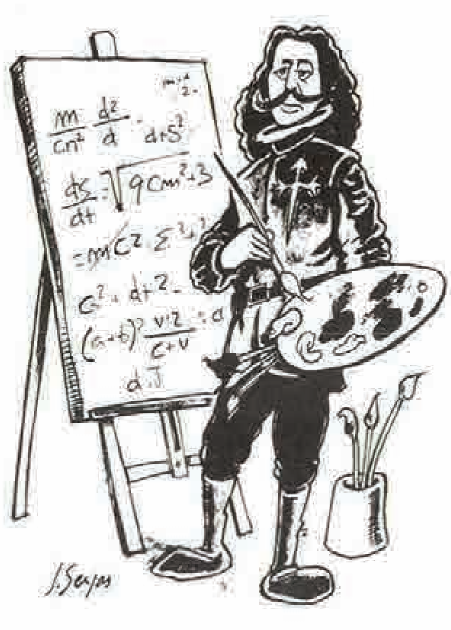
Las áreas de estudio como ciencias o matemáticas pocas veces son vistas como áreas creativas, y más bien se conciben como materias en que la verdad es una, el camino de resolución es uno y el alumno solamente debe memorizarlo. Y así suele pasar en las escuelas.

Paradógicamente, ni el matemático ni el científico en general, son personas que repitan y memoricen, sino que son personas que ponen en juego muchas habilidades para resolver problemas y crear nuevos modelos y soluciones. Su trabajo es eminentemente creativo. Y así pueden ser las clases en las escuelas.

Lo que se propone en este escrito es trabajar una serie de estrategias para la enseñanza en que se parta de juegos matemáticos, y al trabajar con ellos se genere conocimiento de contenidos matemáticos y se desarrollen habilidades del pensamiento, como el razonamiento hipotético y lógico, y estrategias cognoscitivas de búsqueda de soluciones.

Los juegos matemáticos

Desde la antigüedad ha existido un interés por la creación y resolución de enigmas matemáticos, en los que se plantean situaciones que parecen irresolubles a simple vista, o bien, que parecen simples y resultan complejas y requieren mucho ingenio para ser resueltas. Algunas se presentan como historias, otras como retos al ingenio y otras de formas artísticas o que hacen parecer a quien lo presenta como un mago.



Hay textos antiguos árabes que nos dan una clara muestra de este interés y del desarrollo que se tuvo. El siguiente poema matemático es un ejemplo de ello.

> La quinta parte del enjambre se posa sobre una flor de durazno y la tercera lo hace sobre un jazmín, mientras, el triple de la diferencia entre aquellos números vuela sobre la flor del almendro y queda una pobre abeja, indecisa, sin saber donde asentar. Dime, hermosa niña, ¿cuál es el total de las abejas? [1]
>
> *(Clásico árabe medieval)*

También tenemos una gran calidad en trabajos rusos sobre juegos matemáticos, como son los ya clásicos libros de Perelman, de aritmética recreativa, álgebra recreativa y otros.

En la época actual se han realizado publicaciones importantes especialmente dedicadas a este tema, como la revista CACUMEN (España) y diversos libros publicados en Estados Unidos, Francia y otros países.

Todo ello nos habla de que es posible trabajar de manera divertida, creativa y muy provechosa a partir de los juegos matemáticos.

¿Qué podemos lograr con nuestros alumnos al trabajar con juegos matemáticos?

—Generar una necesidad de conocimiento a través del enigma y la sorpresa.

—Crear un gusto por el descubrimiento de lógicas, de reglas, de secuencias, de soluciones alternativas.

—Construir un lenguaje matemático a partir de su experiencia y comprender el lenguaje matemático convencional.

—Desarrollar estrategias de creación de modelos matemáticos y de búsqueda creativa de soluciones.

—Desarrollar habilidades del pensamiento.

—Construir conceptos y procedimientos generales a partir del análisis de problemas concretos.

Vamos a analizar cada uno de estos aspectos, ejemplificando con un juego que aparece en el libro soviético «Aritmética recreativa» de Perelman.

El juego que se presenta hace aparecer como un mago de la aritmética o un genio que calcula de inmediato resultados de sumas enormes a quien lo realiza. Esto nos lleva a provocar una situación inicial propicia para el aprendizaje.

Generar una necesidad de conocimiento a través del enigma y la sorpresa

El juego se realiza en su forma básica con dos personas: una, a quien llamaremos el mago (M) y otra que es el participante invitado (P).

Usando estas iniciales presentaremos la secuencia del juego, indicando lo que dicen en la primera columna y lo que escriben en la segunda.

(M) Hoy vamos a hacer una competición entre la velocidad para sumar de una mente y la de una calculadora. Tú vas a anotar un número de 8 dígitos (como por ejemplo 34 683 694) y yo anotaré de inmediato la respuesta. Una persona sumará con una calculadora después de que concluyamos de anotar la suma.

(P) Voy a anotar el primer número.	45 967 243
(M) Yo anoto el segundo	54 032 756
(P) (Anota el tercero sumando)	13 277 691
(M) (Anota el cuarto sumando)	86 722 308
(P) (Anota el quinto sumando)	97 324 675
(M) (De inmediato anota)	297 324 673

La persona que tiene la calculadora realiza la suma y ve que el resultado es correcto. ¿Cómo lo hizo para sumar tan rápido? ¿Realmente es un mago o un genio?

Aquí tenemos la oportunidad de abordar otro de los conceptos a desarrollar.

Crear un gusto por el descubrimiento de lógicas, de reglas, de secuencias, de soluciones alternativas

A menos que estemos ante una persona realmente ingenua, cualquiera, tanto niño como adulto, sospechará que hay un truco detrás de esta veloz operación. Y se provoca de inmediato un proceso de especulación acerca de cuál es el truco. Así, escucharemos comentarios como: "es un truco", "ya sabía la respuesta", "tú provocaste ese resultado".

Nuestra tarea ahora consiste en dirigir estos comentarios hacia este punto: por ejemplo, si se comenta que es un truco, hay que preguntar: ¿y cuál es ese truco?, o bien ¿cómo provoqué yo ese resultado? ¿qué hice?

Este es un momento para proporcionar ESTRATEGIAS al alumno. No se puede ver todo globalmente y adivinar la secuencia. No se pueden plantear ideas sueltas sin comprobar y llegar a resolver el enigma.

Algo que todo mago que se precie sabe, es que no se debe repetir el mismo truco ante la misma audiencia: porque lo descubrirán.

En este caso, nosotros queremos que el alumno sí pueda descubrir el truco aritmético ya que eso le proporcionará todos los beneficios mencionados acerca del desarrollo del pensamiento, de la motivación y del aprendizaje profundo de las matemáticas.

Vamos ahora a aprovechar cada momento del proceso para...

Desarrollar habilidades del pensamiento

Entonces nuestra primera estrategia de mediación debe ser REPETIR EL JUEGO, pidiéndole a los alumnos que se fijen en lo que pasa.

En un primer momento hay que fijarse en lo VISIBLE. Por ejemplo, en la secuencia de las acciones: siempre comienza el mago, el último sumando siempre lo anota el participante. Cada información que obtenga me va dando pistas para inferir el procedimiento.

Enseguida hay que COMPARAR con detalle semejanzas y diferencias entre varios ejemplos y en cada suma entre sí.

¿Qué enfocar?

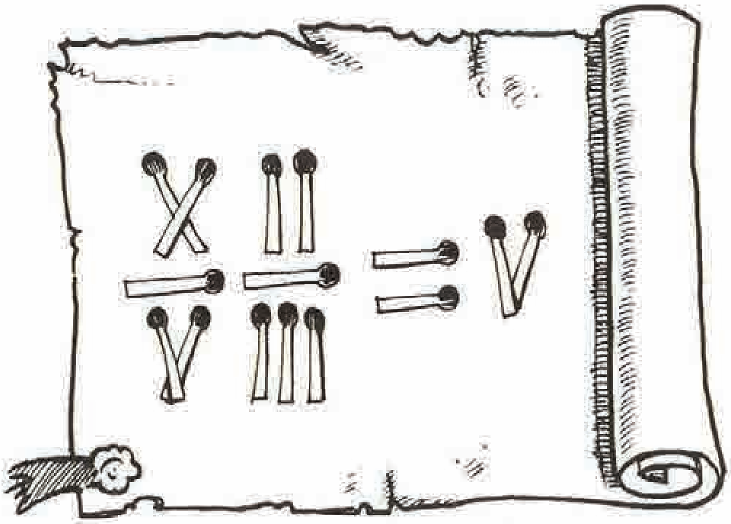
—Todos los resultados empiezan con 2.

—El parecido (y la diferencia) entre el último sumando y el resultado.

¿Tiene usted ya elementos suficientes para saber de dónde sale el resultado? Resuélva antes de seguir leyendo, ya que de esta manera "sentirá" el trabajo mental requerido y podremos analizarlo posteriormente.

Sabemos que el último sumando es la pista del mago, ya que agrega un 2 al iniciar la cantidad y resta 2 al final.

Está resuelto el primer punto del enigma. Este se resuelve gracias a que hemos:



—planteado la hipótesis de que hay un truco y que lo escrito nos da información de lo no escrito, y lo podemos inferir;

—comparando entre sí las sumas para encontrar semejanzas y diferencias;

—comparado lo sumandos de una suma y observando un cambio del último sumando al resultado.

Tenemos otro problema por resolver. El mago anota una cantidad y el participante otra y suponemos que en eso hay también un truco. La pregunta es: ¿Anota el mago cualquier número?

La estrategia que se sugiere es analizar una suma y observar la regularidad. Después, comprobar si eso pasa en los otros ejemplos.

Observemos la siguiente secuencia:

El participante anota cualquier número:	2 334 785 467
Suponemos que el mago no anota cualquier número y que anota siguiendo cierta regla	7 665 214 53?

¿Cuál pondrá donde está la interrogación?

Observemos:

—Las repeticiones dan una pista. Si hay un 3 el mago coloca un____ Si hay un 4 el mago coloca un_____

Está buscando completar algo.

¿Puede usted adivinar la regla de notación de las cantidades?

Para hallar esta regla hemos:

—Planteado la hipótesis de que el mago anota según cierta regla las cantidades.

—Hemos analizado las regularidades. Siempre que ...

—Hemos inferido qué resultado se busca, al analizar cada par de sumandos.

—Hemos inferido una regla.

Ya sabemos cómo se realiza el juego. Tenemos sus reglas de ejecución:

—completar a nueve las cantidades.

—para el resultado anotar un dos, copiar el último sumando restándole 2.

Ahora tenemos nuevas preguntas: ¿Por qué funciona el juego? ¿Qué se gana con completar a nueve? ¿Por qué el último sumando me da la pauta para el resultado? Estas preguntas nos llevarán a trabajar otro de los objetivos señalados al inicio:

Construir conceptos y procedimientos generales a partir del análisis de problemas concretos

En este caso nos llevan a analizar algunos aspectos del sistema decimal que nos permiten realizar cálculos mentales rápidos.

Observe el corte que señalamos en la suma y los resultados parciales que dan. Recuerde que en la suma podemos aplicar la propiedad distributiva y resolver por partes.

	243	
	756	999 es casi 1000
+	691	
	308	999 es casi 1000
	784	
	2782	

Vamos a resolver de forma razonada: los dos primeros sumandos dan 999. Lo pienso como mil, y de igual forma los siguientes dos. Entonces mil y mil dan dos mil. Si a dos mil le sumo 784 (que es el último sumando) mi resultado es 2784, pero como sumé dos de más, los resto y me queda 2782.

Esta es una forma rápida de cálculo, que muchas veces usamos al comprar o vender cosas. Cuando alguien dice que un objeto vale $ 98 pesos, generalmente pensamos en $100.

Podemos aquí pedir al alumno que enuncie la forma de resolución rápida de sumas que se desprende de esta actividad: *cuando tenemos una cantidad cercana a un agrupamiento decimal (como 99 a 100, o 999 a 1000), podemos calcular rápidamente si pensamos en 100 o 1000 y luegos restamos lo que se agregó para facilitar el cálculo.*

Esta estrategia se puede transferir a casos similares. Por ejemplo:

998 + 5 = (998 es casi 1000, le faltan 2. Los sumo para completar el 1000. Pienso mil más cinco, menos 2, es 1003).

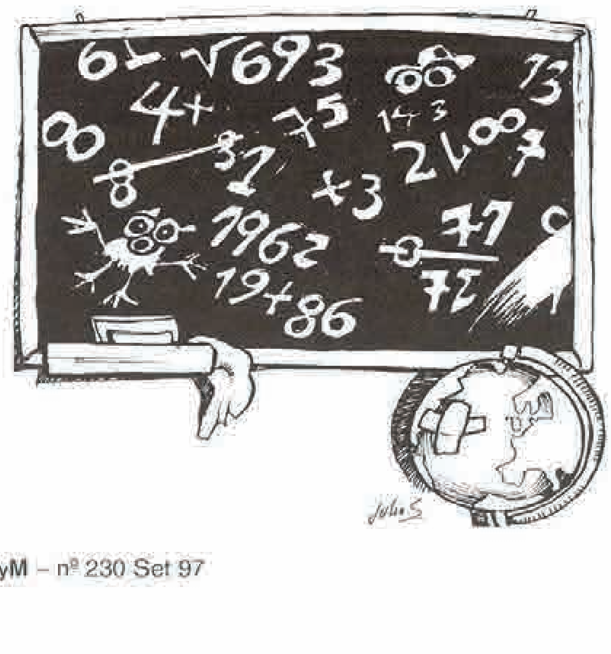
Estamos en este caso haciendo una operación reversible (la resta compensa la suma agregada) para lograr la compensación de valores numéricos.

Es de suma importancia valorar este tipo de operación compensatoria, ya que es muy utilizada en los procesos de simplificación de ecuaciones.

Hay un trabajo de *trascendencia* a otros temas matemáticos cuando estas reglas las llevamos a diferentes campos de la matemática y a su aplicación en problemas.

Desarrollar estrategias de creación de modelos matemáticos y de búsqueda creativa de soluciones

Ya tenemos resuelto cómo se realiza "el truco" y sabemos a qué principio matemático corresponde. Ahora viene un trabajo de creación a partir de lo descubierto. El alumno tiene elementos suficientes para crear juegos similares pero variando pequeñas condiciones. Algunos retos son:



-Realizar la misma actividad con una suma de 7 sumandos.

(Pregunta intrínseca: ¿se puede realizar con 6 o con 8?

-Realizar la misma actividad pero que cada sumando tenga 15 dígitos (por ejemplo, 284956385612397).

Para realizar estos ejercicios los alumnos tiene que haber comprendido el principio matemático de la creación de sumas con nueves y el cálculo por compensación antes explicados.

Van a crear otros modelos, y con ello estamos trabajando en *construir un lenguaje matemático a partir de su experiencia y comprender el lenguaje matemático convencional.*

Otras transferencias. Un último juego que no explicará al lector

Estas son las reglas de un juego sorprendente, también del libro señalado de Perelman. El descubrir el truco es su tarea.

ADIVINAR EL RESULTADO DE UNA SUMA ANTES DE ANOTAR LOS SUMANDOS

El invitado 1 anota una cantidad de 5 dígitos.	34 568
El mago observa la cantidad y anota en un papel el resultado ¡De la suma que aún no está escrita! Este papel doblado se lo entrega a otro participante (invitado 2), que lo debe guardar en su bolsa. (El papel dice 134 567)	
El invitado 1 anota el segundo sumando, que debe ser otracantidad de 5 dígitos	18 324
El mago anota el tercer sumando.	81 675
El invitado 1 resuelve la suma	134 567

El invitado 2 saca el papel de la bolsa ¡y comprueba que tiene anotado el resultado correcto!

¿En dónde estamos ahora?

El lector, al igual que los alumnos, al llegar a esta etapa se retira de la ingenua sorpresa ante la magia presenciada e inicia el camino de quien genera, crea y controla la magia de la lógica y de los números, y que está, como todo mago que se precie de serlo, en una mejor posición que quien es ajeno a este conocimiento.

[1]. SOLUCIÓN: X/5 + X/3 + 3 (X3-X/5) = 1 = XX = 15