Juegos de ingenio y educación

El Diccionario de la Real Academia de la Lengua define a los Juegos de Ingenio así: «Ejercicio del entendimiento, en que por diversión o pasatiempo, se trata de resolver una cuestión propuesta en términos sujetos a ciertas reglas, como las charadas, las quincenas, los logogrifos, los ovillejos y los acertijos de todo género».
Ahora, en buena ley didáctica, habría que ir más allá.
¿Qué es, por ejemplo, un *pasatiempo?:* «Diversión y entretenimiento en que se pasa el rato». ¿Y una *charada?:* «Del francés charade, enigma que resulta de formar con las sílabas divididas o trastrocadas de una voz a propósito para ello, otras dos o más voces, y de dar ingeniosa y vagamente algún indicio acerca del sentido de cada una de éstas y de la principal, que se llama todo» (¿Entendido?). ¿Y una *quincena?:* «Acertijo, cuyo objeto puede ser un personaje, una cosa o un suceso cualquiera, y que se ha de adivinar haciendo, según ciertas reglas, a quien lo propone, quince preguntas a lo más». ¿Y un *logogrifo?:* «Enigma que consiste en hacer diversas combinaciones con las letras de una palabra, de modo que resulten otras cuyo significado, además del de la voz principal, se propone con alguna oscuridad». ¿Y un *ovillejo?:* «Decir coplas de repente dos o más sujetos, de modo que con el último verso de la que uno de ellos dice, forme consonante el primero de la que dice otro». ¿Y un *acertijo?:* «Especie de enigma para entretenerse en acertarlo». ¿Y, finalmente, un *enigma?:* Del griego «ainigma», «Dicho o conjunto de palabras de sentido artificiosamente encubierto para que sea difícil entenderlo o interpretarlo».

¿Aportan algo al mundo de la educación?

Hay, sin duda, un sinnúmero de palabras que encierran toda una tipología de Juegos e Ingenio: matenigmas, dameros malditos, crucigramas, saltos de caballo, numerogramas, puzzles y otros más. ¿Sirven de verdad para algo en el mundo de la educación? ¿Qué pasa si, a todos ellos, añadimos ya los servidos en pantalla por los pequeños ordenadores?
En un reciente libro publicado por la profesora psicóloga Patricia Marks Greenfield, de la Universidad de California, se afirman, al menos, los siguientes aspectos: proceso de datos, interacción de la información, pensamiento inductivo, uso preciso del lenguaje, imaginación, memoria y, desde luego, dado el interés que provoca, una demostración más de que los rollos hablados del profesor han pasado a mejor vida.

SELECCION DE PASATIEMPOS DE «PRENSA DIDACTICA»

(Tomados de «La Voz de la Escuela» y «El Correo Escolar», colaboración original de PADRES Y MAESTROS que se publica, todos los miércoles del curso escolar en LA VOZ DE GALICIA y en EL CORREO ESPAÑOL - EL PUEBLO VASCO)

VAMOS A DISCURRIR

Criptogramas poliglotas

En estos problemas cada letra representa una cifra. Letras iguales representan cifras iguales y letras diferentes corresponden a cifras distintas. El valor de cada letra varía de unos problemas a otros. ¿Serás capaz de descifrar cada una de las cuentas?

Multiplicación latina

```
X L I V
      X
C D X L
```

Suma vasca

```
   LAU
+ HIRU
------
 ZAZPI
```

Suma francesa

```
  NEUF
    UN
+   UN
------
  ONZE
```

Suma española

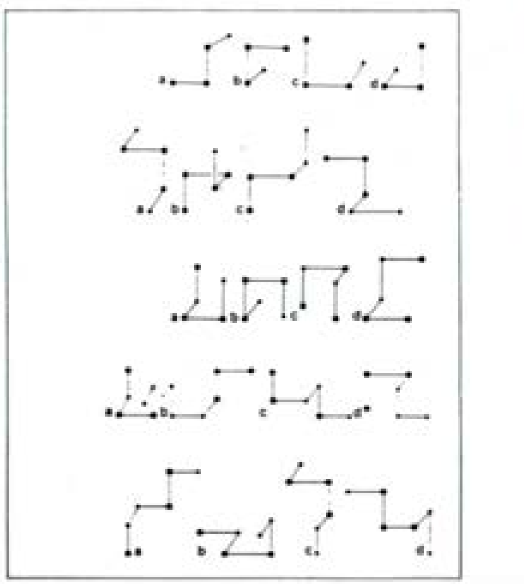
```
  CUATRO
  CUATRO
  CUATRO
  CUATRO
+ CUATRO
--------
  VEINTE
```

Suma inglesa

```
  TWENTY
  TWENTY
  TWENTY
     TEN
+    TEN
--------
  EIGHTY
```

Visión espacial

¡Cuidado con marearse! Los dibujos representan estructuras formadas por varillas soldadas en ángulo recto. Cada una de las estructuras se presenta desde un punto de vista diferente (diferente ángulo de visión).
En cada serie de cuatro estructuras hay tres idénticas. ¿Puedes señalar en cada caso cuál es la diferente?



Problemas clásicos

Desde los tiempos de la antigua Grecia se admite que un juego es tanto más bello y noble cuanto menos dependa del azar. No es de extrañar por tanto que los enigmas y pasatiempos matemáticos apasionen a los hombres de todas las épocas. Muchos de estos juegos han alcanzado el carácter de clásicos. Unos por su trascendencia matemática, otros porque su solución se ha demorado siglos, muchos en definitiva, porque son simplemente divertidos y atraen y encandilan generación tras generación. Comenzamos esta semana un recorrido por los problemas y pasatiempos más célebres y tradicionales bajo el título de «Problemas clásicos».

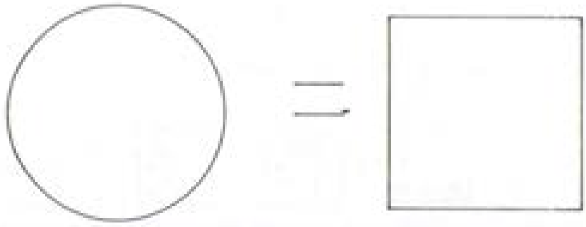
El lobo, la cabra y la col

Se atribuye a Alain, pariente del emperador Carlomagno, la paternidad de un conocido pasatiempo que ha llegado hasta nuestros días: el problema del lobo, la cabra y la col.

Un barquero debe pasar de un lado al otro del río una col, una cabra y un lobo. La barca es tan pequeña que sólo puede contener de cada vez al barquero y a uno de los tres «viajeros». El lobo no puede quedar solo con la cabra en una orilla y tampoco puede dejar a la cabra a solas con la col. ¿Cómo se las arreglará para cumplir su cometido?

La cuadratura del circulo

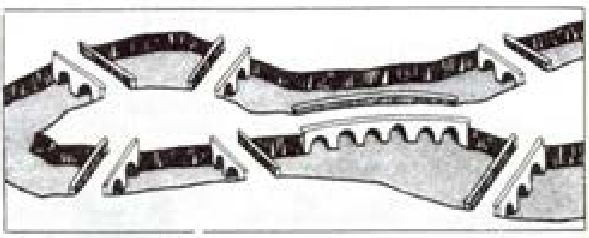
Siglos antes de J. C. se había planteado ya el problema de la cuadratura del círculo. Hoy sabemos que no tiene solución; la cuadratura del círculo es una expresión que usamos como sinónimo de empresa imposible, pero trajo de cabeza a sesudos pensadores. No faltó, como sucedió también en el caso de otros problemas, quien ofreció un importante premio a quien lo resolviese. En esta ocasión fue el ya citado Carlomagno, gran aficionado a los enigmas matemáticos. Nadie cobró el premio.



Se trata de construir geométricamente (con ayuda de útiles de dibujo) el lado de un cuadrado cuya superficie sea igual a la de un círculo dado.

Los puentes de Koenigsberg

Durante el Renacimiento y en siglos posteriores los matemáticos solían enfrascarse en confrontamientos intelectuales en los que los problemas se presentaban a manera de juegos. No fue ajeno a esta costumbre Euler que en el siglo XVIII hizo nacer una parte de las matemáticas hoy conocida como «Teoría de grupos» al estudiar el problema de los puentes de Koenigsberg.



En 1750 el juego de moda en esta ciudad (hoy Kaliningrado) era el de tratar de recorrer la ciudad atravesando una sola vez cada uno de sus puentes (siete puentes que atravesaban el río Pregel).

CADA SEMANA UN JUEGO

Vamos a jugar con los Pentominós

Este juego apareció en EE. UU. en 1954 y, desde entonces, el número de sus entusiastas crece día a día. Se llama pentominó a cada una de las doce figuras que aparecen en el dibujo (figura 1). Para acordarse de ellas puede servir de ayuda el recordar las últimas siete letras del abecedario y las de la palabra FLIPIN.

Los pentominós son todos los conjuntos de cinco cuadros que se pueden formar, con la condición de que cada uno de los cuadros tenga, por lo menos, un lado común con otro del mismo grupo. Por ejemplo, los dibujos de la figura 2 no son pentominós.

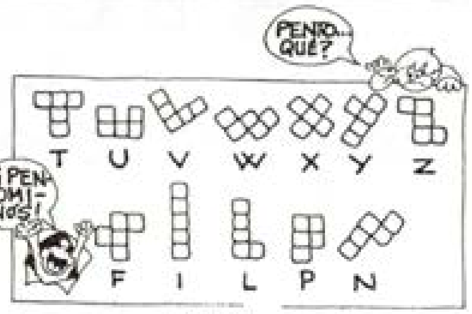


Figura 1

Dibuja con cuidado en una cartulina todos los pentominós de forma que cada cuadro tenga 2 cms. de lado; después recórtalos.

Uno de los juegos que puedes intentar es el siguiente: cubre con todos los pentominós como si se tratara de un puzzle, una figura determinada, por ejemplo la pirámide del gráfico 3.

Debes de tener en cuenta dos cosas:

1º Los pentominós pueden siempre colocarse apoyando en el papel cualquiera de sus dos caras.

2º Si aparecen trozos en negro, no se cubren.

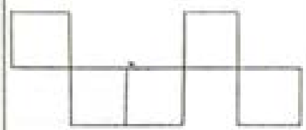


Figura 2

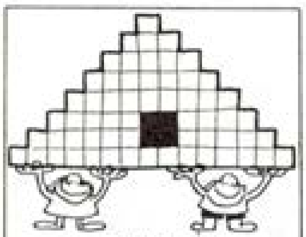


Figura 3

Si no has encontrado la solución, no te preocupes; piensa que esta es la primera vez que juegas con pentominós, así que aquí la tienes (figura 4).

Busca tu solución.

Copia en un papel los dibujos de la figura 5 y trata de cubrirlo con los pentominós que te has fabricado (cada cuadrito de las figuras que dibujes tiene que ser del mismo tamaño que los de los pentominós).

Tú mismo puedes preparar otras figuras con 60 cuadros e intentar recubrirlas o plantearle el problema a algún amigo. Puede suceder que algunas de ellas no tengan solución, o que nadie la haya encontrado hasta ahora.

Si te interesa seguir investigando sobre pentominós podrás encontrar más material en el libro «Nuevos pasatiempos matemáticos», de Martir Gardner, que ha editado Alianza Editorial.

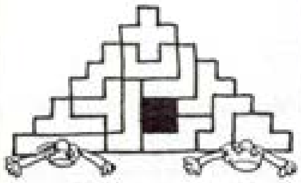


Figura 4

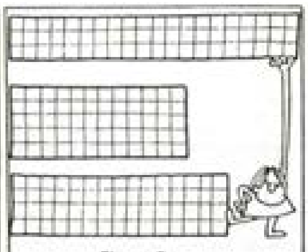
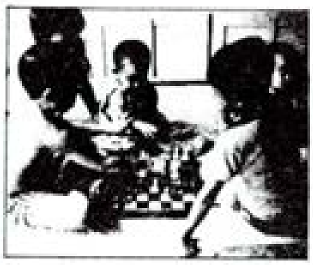


Figura 5

Problemas clásicos (2)

Pocos problemas podemos encontrar tan antiguos y célebres como el de la leyenda del inventor del ajedrez y sus granos de trigo. Pese a su veterania es difícil encontrar un ejemplo mejor para sensibilizar a los alumnos sobre el significado de las potencias o de la función exponencial.



Los granos de trigo y el tablero de ajedrez

Sucedió en la India o, quizás, en Persia. La leyenda no lo aclara bien. El rey quiso recompensar al inventor del ajedrez con lo que éste le pidiese. «No deseo más que unos granos de trigo, majestad. Uno por el primer cuadro del tablero, dos por el segundo, cuatro por el tercero, ocho por el cuarto y así sucesivamente, doblando siempre la cantidad hasta llegar al cuadro 64».

El rey, poco ducho en Aritmética, accedió inmediatamente a su petición. Poco sospechaba que para satisfacerla necesitaría nada menos que

18 446 744 073 709 551 615

granos de trigo, lo que equivaldría al total de la producción de la Tierra a lo largo de muchos años.

El gran teorema de Fermat

Hace más de tres siglos que Fermat escribió en el margen de un libro «he logrado una demostración maravillosa pero este margen es demasiado estrecha para contenerla». Se refería a lo que ha venido a llamarse «el gran teorema de Fermat». El libro era la «Aritmética de Diofanto de Alejandría». Fermat, abogado francés, pasó a la historia por sus trabajos matemáticos desperdigados entre su correspondencia y las notas que añadía a sus lecturas matemáticas.

$$X^n + Y^n = Z^n$$

Se sabe que la ecuación $X^2 + Y^2 = Z^2$ tiene infinidad de soluciones enteras; por ejemplo:

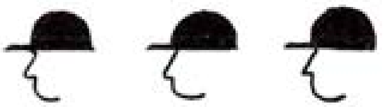
$x = 15; y = 8; z = 17$

Esto ya se sabía en tiempos de Fermat (1601-1665), pero surgió la cuestión de qué sucedería cuando el exponente fuese un entero mayor que 2. Es decir: qué sucede con la ecuación $X^n + Y^n = Z^n$ para n2. Fermat afirmó que no existe ninguna solución entera de esta ecuación y a esta afirmación se refería su nota en el libro de Diofanto.

Es increíble que desde los tiempos de Fermat hasta ahora no se haya encontrado ni una demostración del teorema de Fermat, ni una solución de la ecuación que demostrase que la afirmación de Fermat era equivocada. Insignes matemáticos y simples aficionados han dedicado horas y horas de trabajo a la resolución de este enigma. Las falsas demostraciones se cuentan por millares. Se habla de un premio de 100.000 marcos, valedero hasta el año 2007 para quien descubra la solución. El gran teorema de Fermat, pese a lo sencillo de su enunciado, sigue ocultando su misterio. Hoy día se especula que posiblemente Fermat se equivocó cuando creyó haber encontrado una prueba, pero que, aunque equivocada, su pretendida demostración debió ser realmente genial.

Los tres sombreros

El problema de los tres sombreros forma parte de la tradición popular. Su interés radica en la belleza de sus razonamientos. Se conocen con muchas variantes y ha dado pie a acertijos más complejos.



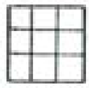
Tres soldados colocados en fila india ven llegar al sargento con cinco gorros, tres blancos y dos negros. El sargento les pone un gorro en la cabeza a cada uno de los tres soldados, sin dejarles ver cuáles le sobran y de manera que cada soldado puede ver solamente el gorro o los gorros de los que están situados delante de él. «El que adivine el color de su gorro se gana un permiso», les dice el sargento. Pasan unos instantes y el primero de la fila, que no ve ninguno de los gorros afirma: «Yo lo sé». ¿Por qué puede afirmarlo? ¿Cuál es el color de su sombrero?

La solución de este problema se basa en el hecho de que los otros dos soldados no han podido averiguar el color de sus gorros respectivos. El último de la fila no ve dos sombreros negros, ya que entonces comprendería que el suyo es blanco. Por lo tanto está viendo dos blancos, o uno blanco y uno negro. Si el segundo soldado estuviese viendo un gorro negro al observar que el tercero se calla, sabría que el suyo es blanco. El segundo tampoco dice nada lo que quiere decir que está viendo un gorro blanco.

CADA SEMANA UN JUEGO

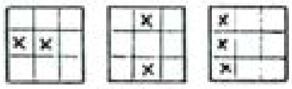
El nimcross, un juego nuevo con matemáticas dentro

El nimcross es un juego inventado por el inglés Harry Woolleston, que se inspiró en otros dos ya conocidos: el nim, o de los palillos, y el tres en raya. Se juega sobre un diagrama igual al de este último.

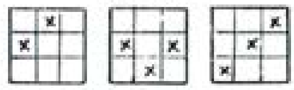


Participan dos jugadores que alternativamente han de ir rellenando cuadros, resultando ganador el que marca la última o las últimas casillas libres. Cada jugador puede ocupar en cada jugada 1, 2 ó 3 cuadros, pero con la condición de que pertenezcan, si señala 2 ó 3, a una misma línea horizontal o vertical.

Ejemplos:



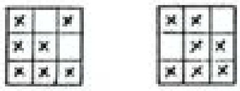
Jugadas válidas



Jugadas no válidas

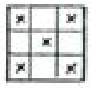
Como en la mayoría de los juegos de este tipo, existen posiciones «ganadoras» y prosiciones «perdedoras». Vamos a estudiar algunas:

1. Si logramos que el contrario tenga que jugar presentándole una de estas posiciones:



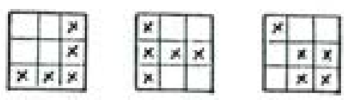
es claro que tendrá que dejarnos el último cuadro para nosotros.

2. Es fácil ver que podemos presentarle una de las situaciones anteriores, si antes logramos colocarle para que juegue esta otra situación:

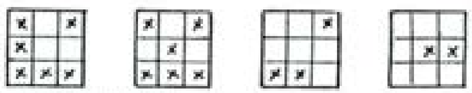


¿Puedes explicar cómo, juegue lo que juegue, siempre ganarás tú?

3. Las siguientes posiciones, presentadas al contrario, también son ganadoras para ti. ¿Puedes explicar la estrategia a seguir en cada caso?



4. Por último, si el contrario te presenta a ti una de las siguientes, también ganarás si juegas con atención:



–¿Cómo seguirás en este caso?

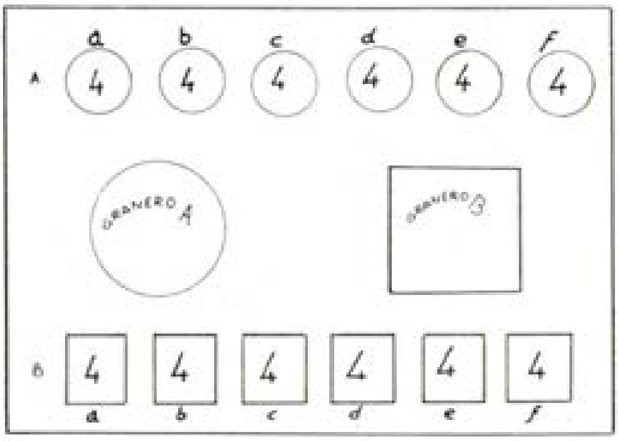
Existen muchas otras posiciones ganadoras o perdedoras que te animamos a buscar. Se desconoce si existe una estrategia total para ganar siempre. Sería un magnífico éxito el encontrarla.

5 PREGUNTAS A...

1. ¿Qué espesor tiene un hoja de papel de EL CORREO?
2. ¿Cuántas letras hay, por término medio, en una página de EL CORREO?
3. ¿Cuánto pesa la tinta que hay en el periódico?
4. ¿Qué superficie podría cubrirse con la tirada diaria de EL CORREO?
5. Si convertimos EL CORREO ESPAÑOL en tiras de 1 cm. de ancho, ¿hasta dónde podríamos llegar con los periódicos de un día?

CADA SEMANA UN JUEGO

1



El awelé

El awelé es el juego africano por excelencia. Es sencillo y muy interesante ya que exige una concentración y capacidad de cálculo especiales.

Para jugarlo es preciso contar únicamente con una superficie (mesa, suelo, etc...) en la que se dibujan seis círculos y seis cuadrados, para el jugador A y B, respectivamente. En cada uno de estos seis círculos o cuadrados, se siembran cuatro granos de arroz (véase la figura 1).

En medio del tablero se colocan un círculo y un cuadrado de mayores proporciones, que hacen las veces de «graneros», para cada uno de los jugadores.

Al comenzar el juego se sortea cuál de los jugadores efectuará la salida. En el dibujo 2 vemos cómo sale el jugador B. Debe coger todos los granos de una cualquiera de sus casillas e irlos sembrando uno a uno en todas las casillas posteriores, siguiendo un orden contrario a las agujas de un reloj.

Posteriormente, el jugador A realiza la misma operación tomando todos los granos de una de sus casillas y sembrando un grano en cada una de las casillas posteriores, propias o del contrario. (Figura 3).

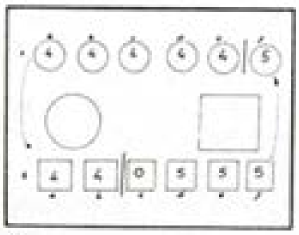
El objetivo del juego consiste en conseguir introducir el máximo posible de semillas en el propio granero. ¿Cómo se consigue esto?

Durante la siembra, cuando el último de los granos caiga en una casilla del contrario en la que solamente hubiera ya uno o dos granos, el que juega recogerá los granos de esta casilla y los pasará a su granero. (Figura 4).

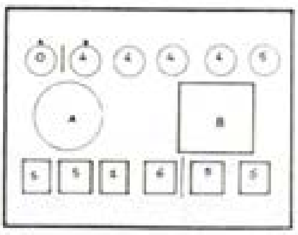
Cuando las casillas anteriores (en el orden de la siembra) a aquella en la que capturamos los granos, contengan dos o tres granos solamente, también éstos pasarán a incrementar nuestro granero. (Ver figura 5).

El juego acaba cuando uno de los jugadores no tiene granos para sembrar. Entonces se cuentan los granos de cada granero. El jugador que haya conseguido reunir mayor cantidad, es el ganador.

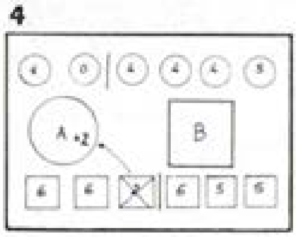
2



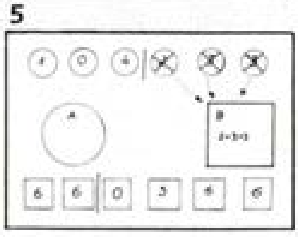
3



4



5



PROBLEMAS CLASICOS

Los criptogramas

Hace algún tiempo que los criptogramas numéricos aparecen como ejercicios en los libros de texto. Las más de las veces como operaciones incompletas de las que se han borrado varias cifras que hay que averiguar. Un ejemplo más o menos sencillo puede ser el siguiente:

$$\begin{array}{r} 465 \\ \underline{--} \\ ---- \\ ---- \\ \hline --67- \end{array}$$

Para resolver este criptograma empecemos por la columna del 7. La cifra situada encima del 7 ha de ser un 5 ó un 0 por ser 5 la cifra de las unidades del multiplicando. El otro número de dicha columna ha de ser entonces un 2 ó un 7. Cualquiera que el multiplicados es imposible que en ese lugar aparezca un 7, por tanto las cifras de la columna en cuestión han de ser 2 y 5. El 2 del primer producto parcial exige que sea el multiplicados es imposible que 5 u 8. Probando con cada una de estas posibilidades pronto encontraremos el resultado correcto.

Tres criptogramas clásicos

En otras ocasiones los criptogramas se presentan habiendo sustituido los números por letras de forma que cada cifra está representada siempre por la misma letra, dentro, claro está, de cada problema.

Los tres ejemplos que ponemos a continuación son criptogramas famosos. En esta página aparecen también las soluciones, pero ¡por favor!, no recurráis a ellas antes de tiempo.

Los tres amigos

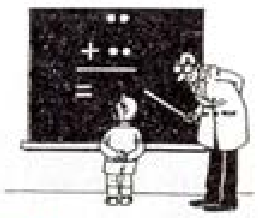
Es uno de los criptogramas más conocidos. Proporcionamos una pista (aunque no es necesario): la D representa el número 5.

$$\begin{array}{r} \text{DONALD} \\ +\ \text{GERALD} \\ \hline \text{ROBERT} \end{array}$$

El telegrama

¡Con cuánta frecuencia el criptograma siguiente habrá sido el texto de un telegrama! Su traducción es «envía más dinero». Pero, ¿cuál es el resultado de esta suma?

$$\begin{array}{r} \text{SEND} \\ +\ \text{MORE} \\ \hline \text{MONEY} \end{array}$$



Ana, la pedigueña

¡Pobre Ana! ¡Qué fama le ponen de pedigueña! Y, la verdad que no creemos que sea para tanto. Lo cierto es que la fracción del primer miembro es irreducible y da lugar a un decimal periódico puro. ¿Cuál es la fracción?

$$\frac{\text{OJO}}{\text{ANA}} = \text{O'PIDEPIDEPID...}$$

Soluciones a los criptogramas

1)
$$\begin{array}{r} 465 \\ \underline{38} \\ 3720 \\ \underline{1395} \\ 17670 \end{array}$$

2)
$$\begin{array}{r} 526485 \\ \underline{197485} \\ 723970 \end{array}$$

3)
$$\begin{array}{r} 9567 \\ \underline{1085} \\ 10652 \end{array}$$

4) $\frac{242}{303} = 0'798679867986...$