LA ESTRUCTURA DE LA MATEMÁTICA EN COMTE Y SU APLICACIÓN A LA ASTRONOMÍA

BLANCA LUQUE
Universidade de Lisboa /Universidad de Sevilla

MARÍA DE PAZ
Universidad de Sevilla

RESUMEN: El objetivo de este artículo es presentar la estructura de la matemática en el *Cours de Philosophie Positive de Comte*. A pesar de ser un autor muy influyente, cuya obra sobre sociología es ampliamente conocida, las contribuciones de Comte a la filosofía de las «ciencias duras» han sido a menudo descuidadas. La matemática, junto con su aplicación a la astronomía, ejemplifica lo que para Comte significaba el método positivo en la obtención del conocimiento, por lo que su consideración es relevante para una visión adecuada del sistema filosófico comteano. Así, esperamos contribuir a la comprensión de una de las corrientes filosóficas más significativas del siglo XIX.

PALABRAS CLAVE. positivismo; filosofía de las matemáticas; historia; método.

The Structure of Mathematics in Comte and its Application to Astronomy

ABSTRACT: The aim of this paper is to present the structure of the mathematical sciences according to Comte's *Cours de Philosophie Positive*. Despite being a very influential author, whose work regarding sociology is widely known, Comte's contributions to the philosophy of the «hard sciences» have been often neglected. Mathematics, together with its application to astronomy, exemplifies the positive method in the attainment of knowledge, therefore, its consideration is relevant for a proper insight about Comte's philosophical system. Thus, we expect to contribute to the understanding of one of the most significant philosophical strands in the nineteenth century.

KEY WORDS. Positivism; Philosophy of mathematics; History; Method.

Introducción

La matemática conforma una de las partes más fundamentales del *Cours de Philosophie Positive* de Comte (1830-1842) una obra enciclopédica a través de la cual Comte pretendía establecer un sistema de conocimiento unificado que debía llevar a una regeneración social. El *Cours* convirtió a Comte en una de las figuras más célebres de la historia del pensamiento, constituyéndose en el impulsor del positivismo, la corriente por la que lo conocemos hoy. Sin embargo, pese a que la aplicación de su filosofía a la sociología ha sido objeto de numerosos estudios sistemáticos, muchas menos son las referencias que tenemos para la comprensión de su sistema de conocimiento y, en particular, en lo concerniente a las «ciencias duras»[1]. De hecho, Comte es un autor que,

[1] Algunas excepciones: Schmaus (1982) escribe sobre la concepción comteana del análisis; Bourdeau (2011) analiza la idea de matemática aplicada; Blay (2018) discute la relevancia del cálculo diferencial e integral para la estructura del *Cours*; y el ya clásico Ducassé (1934) recoge una breve exposición del pensamiento matemático del filósofo francés enlazado con su «biografía matemática». En español contamos apenas con Uribe Villegas (1957) que se centra en tratar de aplicar la filosofía de la matemática a la sociología de los años 1950.

aunque muy referido, es mucho menos estudiado que otras figuras contemporáneas[2]. No obstante, su impacto en el desarrollo de las ciencias a lo largo del siglo XIX es innegable —pensemos en autores como Mach o Kirchhoff—, como también lo es su marca en la filosofía tanto del XIX como del XX —no en vano el positivismo lógico le debe parte de su nombre—. Esto refleja el interés que el análisis de su filosofía de la matemática pueda suscitar, ya que, en el núcleo de la concepción comteana «estaba la insistencia de que tenía que pensarse de manera más científica» (Pickering 2018, 300). Una forma de pensar que tiene especial relevancia en la actualidad.

Convencido de que la estabilidad social dependía de la estabilidad de la ciencia (cf. Pickering 2018, 254), Comte centró sus esfuerzos en la creación de un sistema de conocimiento omnicomprensivo con el que combatir la fragmentación de los saberes, inminente tras la especialización y profesionalización de las ciencias en el siglo XIX. La matemática, debido a su carácter abstracto, es capaz de coordinar los diferentes conocimientos científicos, aportando la generalidad necesaria al conocimiento. Por ello, es la ciencia que posibilita el método positivo y la espina dorsal de su sistema, colocándose a la cabeza y siendo el punto de partida de la reforma del conocimiento, pues para Comte «toda educación científica que no comience por este estudio será errónea desde su base» (Comte 1830/1892, 108)[3].

No obstante, las posibilidades que los métodos matemáticos ofrecen están ligadas a su aplicación en ciencias como la astronomía, la segunda disciplina en la clasificación de las ciencias comteana. La interacción de ambas ciencias era para Comte un ejemplo de cómo se procede positivamente en la obtención del conocimiento, lo que también refiere la importancia de considerar el estudio de las ciencias expuesto en el *Cours* para la comprensión del positivismo comteano[4]. En los siguientes puntos acotaremos nuestro estudio, primero, a la filosofía de la matemática y luego, a su aplicación a la astronomía, siguiendo la estructura del *Cours*. Pero antes, dedicaremos un apartado a encuadrar de manera general la filosofía y el método positivo en lo relativo a la ciencia, dado que la concepción de Comte de ambas depende de su lugar dentro del sistema de conocimiento entendido como un todo.

De hecho, Bourdeau (2018) insiste en que la filosofía de las ciencias presentada en el *Cours* raramente se ha estudiado.

[2] Esto parece estar cambiando en el mundo anglosajón, gracias a obras como la monumental biografía de Pickering (1993-2009, en tres volúmenes), la recopilación de Bourdeau, et al. (2018), o artículos como Schmaus (2020).

[3] Todas las citas de Comte refieren a la edición de P. Laffitte (5ª) y las traducciones son nuestras.

[4] Aunque, como se ha referido, Comte es principalmente conocido por ser el precursor del positivismo o uno de los padres de la sociología, no es menos relevante que su filosofía se desarrolló a través del análisis de las ciencias. Heilbron (2016, 162) señaló esto cuando defendió que Comte «es más importante como teórico de las ciencias que como positivista o sociólogo», motivo por el que consideraba un error pasar por alto su teoría de las ciencias.

1. La Filosofía Positiva y su método

Comte nació el 20 de enero de 1798 (o el 1 de Pluvioso del año VI, de acuerdo con el calendario revolucionario), en un contexto marcado por el gran desarrollo de los métodos científicos en los siglos XVII y XVIII y que, para el XIX, se habría visto traducido en una especialización de los saberes. Pese a los avances que esa parcelación trajo para la ciencia, la generalidad en los métodos científicos era necesaria para establecer interconexiones entre las disciplinas y no perder de vista el conjunto del conocimiento. Con este fin, Comte presentó en el *Cours* una clasificación jerárquica de las seis ciencias teóricas que consideraba fundamentales para la organización del saber, estas son: matemática, astronomía, física, química, fisiología (biología), y física social (más tarde sociología) (cf. 1830/1892, 79) y la combinó con una exposición tanto histórica como dogmática. El principio de la clasificación[5] se basa en la creciente complejidad de los fenómenos en las sucesivas ciencias:

> Este orden está determinado por el grado de simplicidad, o lo que es lo mismo, por el grado de generalidad de los fenómenos, de donde resulta su dependencia sucesiva y, consecuentemente, la mayor o menor facilidad para ser estudiados (1830/1892, 71).

Una vez establecidas las dependencias jerárquicas, veremos que, a través de la exposición dogmática «se presenta el sistema de las ideas tal y como podría ser concebido hoy por una sola mente que, situada en el punto de vista conveniente y dotada de los conocimientos suficientes, se ocuparía de rehacer la ciencia en su conjunto» (1830/1892, 62). Sin embargo, con la finalidad de mostrar el carácter empírico por el que todo conocimiento comienza, las ciencias son también expuestas de manera histórica donde «se presenta sucesivamente el conocimiento en el mismo orden efectivo según el cual el espíritu humano lo ha obtenido realmente, adoptando, lo más posible, las mismas vías» (1830/1892, 62). En definitiva, el método dogmático consiste en una reconstrucción de las ciencias desde la perspectiva actual —del momento en época de Comte— mientras que el histórico obedece a la exposición cronológica de los contenidos y a la forma de su obtención.

Esta compleja combinación metodológica tiene por objeto llevar a cada uno de los saberes a lo que Comte llama «estado positivo», el tercero y último de su conocida ley de los tres estados[6]. El estado positivo se caracteriza por el

---

[5] Comte atribuye la posibilidad de este principio clasificatorio al trabajo filosófico realizado por los botánicos y zoólogos de la época, por haber mostrado cómo la clasificación procede del estudio de las cosas que se clasifican, es decir, de sus conexiones y relaciones naturales, y no de consideraciones a priori (Comte 1830/1892, 49).

[6] De acuerdo a Comte «esta ley consiste en que cada una de nuestras concepciones principales, cada rama de nuestros conocimientos, pasa sucesivamente por tres estados teóricos diferentes: el estado teológico o ficticio, el estado metafísico o abstracto, el estado científico o positivo» (Comte, 1830/1892, 2-3). Comte refiere, en 1822, haber deducido esta ley de la reflexión histórica y, así, la considera probada por la historia. No obstante, la ley parece

abandono de las consideraciones teológicas y metafísicas para la explicación de los fenómenos naturales, que se sustituyen por el estudio de sus solas leyes, entendidas como «relaciones invariables de sucesión y semejanza» (Comte 1830/1892, 4)[7]. El método positivo, propio de este estado, se distingue por «el razonamiento y la observación, debidamente combinados» (1830/1892, 4). Comte consideraba que, una vez que todas las ciencias alcanzan este estado, es posible establecer sus relaciones e interdependencias, con el fin de asegurar su unidad. Una tarea que corresponde a la Filosofía Positiva, entendida como el conjunto de todos los conocimientos. No debemos, por tanto, confundir su intención con la de establecer una doctrina única, para Comte, la generalidad se encontraba en la coordinación y entendimiento entre los diferentes conocimientos científicos, cuyas dependencias mutuas debían ser racionalmente previstas (Comte 1830/1892, 45-46).

De esta forma, el autor enfatizó en el *Cours* que pretendía la exposición de la Filosofía Positiva y no de las Ciencias Positivas. Es decir, la consideración de cada ciencia en relación al conjunto del sistema positivo, lo que incluye el estado de su desarrollo y sus métodos particulares:

> «Aquí se trata solo de considerar cada ciencia fundamental en sus relaciones con todo el sistema positivo en su conjunto y en cuanto al espíritu que la caracteriza, a saber, bajo la doble relación de sus métodos esenciales y de sus resultados principales.» (Comte 1830/1892, 20)

La importancia de la matemática dentro de este sistema está directamente relacionada con su posición a la cabeza de la clasificación. Por un lado, está totalmente alejada de concepciones teológicas y metafísicas, y sus fenómenos son los más simples y generales, por lo que su estudio es preliminar y necesario para el resto. Pero, además, la tarea de la matemática consiste en permitir el paso de las relaciones empíricas que encontramos entre los fenómenos naturales a las teorías generales que conformamos para nuestra comprensión de estos o, de otro modo, en el paso de lo concreto a lo abstracto. Hasta cierto punto, los métodos analíticos desarrollados en la disciplina matemática permiten la tarea inicial de la filosofía positiva que debe establecer conexiones entre los fenómenos y los hechos generales. Al inicio de su exposición, Comte advierte que no hay investigación que en último término no pueda reducirse a una cuestión de números[8] (Comte 1830/1892, 122). Por esto, su importancia reside más en su

---

revelarse de manera sistemática en el estudio de la física social, como una ley del desarrollo intelectual y moral de la humanidad.

[7] La invariabilidad de las leyes es un dogma fundamental de la Filosofía Positiva, característico del estado positivo, una vez que se ha abandonado el estudio de las causas y el origen de los fenómenos.

[8] No obstante, es necesario mencionar que Comte no pretende que el método matemático pueda llevarse a cabo en estudios complejos, (Comte, 1830/1892, 122), como, por ejemplo, la investigación de los fenómenos vivientes, tratados en la fisiología y la física social. Esto no modificará la importancia de la matemática como la primera ciencia en la clasificación, ya que, de su establecimiento y el de las siguientes ciencias (astronomía, física y química)

capacidad para funcionar como método de conocimiento que como ciencia en sí, y es más relevante por ser una herramienta para la mente humana que por su contenido como ciencia natural (Comte 1830/1892, 92).

No obstante, la obtención de este carácter de madurez es producto de los grandes desarrollos que la disciplina ha experimentado a lo largo de la historia, donde los fenómenos astronómicos tuvieron un papel fundamental. La armonía que ambas ciencias presentan en el estudio de sus fenómenos supone para Comte un ejemplo sobre cómo funciona el método positivo, por lo que, en cierta forma, abordar, como haremos, su aplicación a la disciplina astronómica es también mostrar lo que Comte considera parte del carácter de la matemática.

2. La matemática en el *Cours de Philosophie Positive*

Para Comte, la matemática es la ciencia más antigua y perfecta de todas (1830/1892, 96), sin embargo, enseguida resalta la dificultad de establecer su verdadero carácter. Así, indica como definición más común y generalizada la de «ciencia de la medición de magnitudes», pero añade que esta consideración no es lo suficientemente profunda como para expresar la verdadera tarea de la matemática, que es garantizar el paso de lo concreto a lo abstracto y, por tanto, induce a error sobre su naturaleza: «en lugar de una vasta cadena de razonamientos prolongados, que ofrecen a nuestra actividad intelectual un alimento inagotable, la ciencia parecería solamente consistir, así enunciada, en una simple serie de procedimientos mecánicos [...]» (1830/1892, 98). De este modo, la matemática es mucho más que una mecanización de procesos de medición, pues es la ciencia que organiza las relaciones entre lo empírico y lo lógico, por lo que mostrar cómo esto sucede será la tarea principal de Comte desde la tercera lección del *Cours*, así como la nuestra en lo que sigue. Para ello, divide la disciplina con base tanto en consideraciones históricas como dogmáticas, de acuerdo con el método arriba mencionado, y estas determinan las diferentes partes, así como su disposición.

La primera división que encontramos es la de matemática abstracta y concreta; la abstracta está conformada por el cálculo ordinario, que a su vez se separa en álgebra y aritmética, y por el cálculo trascendental, que abarca

dependerá la posibilidad de la biología (y también la sociología) como ciencia positiva, según el principio clasificatorio que establece sus dependencias jerárquicas. Sin embargo, su rechazo de los métodos matemáticos en lo que concierne a los fenómenos biológicos y sociales nos advierte del hecho de que «matematizar» o «formalizar» las ciencias no es el objetivo de Comte. Su objetivo será, como referimos, establecer las dependencias entre las diferentes ciencias, que cuentan con diferentes metodologías según su objeto de estudio. De esta forma, cada ciencia hace una aportación metodológica al método positivo, propio de la Filosofía Positiva. Así, este puede entenderse como el conjunto de los diferentes métodos, donde la importancia de la matemática reside, como veremos, en la aportación de los métodos analíticos.

los cálculos diferencial, integral y variacional. La concreta se compone de geometría, que se divide en geometría sintética o de los antiguos y general o de los modernos, y mecánica, que comprende estática y dinámica. La geometría y la mecánica son ciencias empíricas, pero Comte las incluye en el seno de la matemática porque su funcionamiento es más el de un método que el de una doctrina[9]:

> «La parte abstracta [de la matemática] es la única que es puramente instrumental [...]. La geometría y la mecánica, por el contrario, deben ser vistas como verdaderas ciencias naturales, fundadas, como todas las demás en la observación, aunque, por la extrema simplicidad de sus fenómenos, comportan un grado infinitamente más perfecto de sistematización, que ha podido a veces provocar el desconocimiento del carácter experimental de sus primeros principios. Pero estas dos ciencias físicas tienen esto de particular, a saber, en el estado presente del espíritu humano, son y serán siempre empleadas como método más que como doctrina directa» (Comte 1830/1892, 93).

En los siguientes apartados, tomaremos como guía la propia división de Comte, analizando primero brevemente la matemática abstracta y, después, más en detalle, las subdivisiones de la concreta, por la relación que guarda con sus aplicaciones y, en particular con la astronomía. Pero antes, examinaremos la naturaleza de esta clasificación.

En principio, la división se establece con base en el objeto de estudio. Así, la matemática abstracta es la encargada de tratar con las entidades numéricas o abstractas; la concreta, lo es por tratar de manera directa con los fenómenos del mundo empírico. El concepto de ecuación es el nexo entre ambas partes, que Comte se esfuerza en definir de manera precisa como una «relación de igualdad entre las funciones abstractas de las magnitudes consideradas» (1830/1982, 138). A partir de un número determinado de funciones, la matemática concreta descubre las ecuaciones subyacentes a los fenómenos naturales mediante la observación. Y tales ecuaciones serán el punto de partida de la matemática abstracta, que se encarga de las relaciones numéricas. De esta forma, definida con precisión, la tarea de la matemática es la determinación de magnitudes de acuerdo a sus relaciones.

No obstante, ocurrirá que las funciones analíticas con las que contamos no serán suficientes para representar toda la variedad de relaciones que los fenómenos naturales presentan, es decir, no podrán efectuarse medidas directas al haber dificultades en el paso de lo concreto a lo abstracto; y entonces la labor de la matemática será efectuar mediciones indirectas (cf. Comte 1830/1892, 144-145). Para ello debe conectar las magnitudes desconocidas con las conocidas con el fin de determinar las primeras a partir de su relación con las segundas. Es decir, en esta parte, el objetivo es idear métodos que permitan mediciones

[9] En la primera lección Comte menciona esta separación entre método y doctrina (1830/1982, 10), que es básicamente la diferencia entre un procedimiento, concebido de manera instrumental, y una disciplina ya con contenido.

indirectas, y estos solo aparecen en el apartado de la matemática abstracta. Esto significa que, llegado el momento, las relaciones que la matemática concreta sea capaz de descubrir estarán determinadas por el estado de desarrollo en que se encuentre el cálculo o la matemática abstracta. De esta forma, aunque históricamente el cálculo ha dependido de concepciones geométricas y mecánicas —si seguimos su desarrollo cronológico—, la ciencia matemática ha alcanzado un grado de madurez tal, que le dota de un carácter altamente general, lo que hace que la abstracta preceda a la concreta —lo cual es mostrado a partir de la reconstrucción hecha por el método dogmático.

En este sentido, la división entre matemática concreta y abstracta es artificial, pero no arbitraria, es un recurso de Comte para enfatizar, por un lado, el carácter empírico por el que todo conocimiento comienza; y, por otro, el grado de abstracción y generalidad que ha alcanzado la matemática a lo largo de su desarrollo, y que permite concebirla como un todo. A este respecto, para Comte, es la matemática post-newtoniana la única que puede considerarse verdaderamente una ciencia (cf. Blay 2018, 57), pues cuenta con métodos analíticos, en lugar de únicamente sintéticos. En palabras de Comte (1830/1892, 96):

> es solo desde comienzos del pasado siglo [XVIII] que las diversas concepciones fundamentales que constituyen esta gran ciencia han obtenido cada una el desarrollo suficiente para que el verdadero espíritu de conjunto pueda manifestarse claramente[10].

A partir del siglo XVIII los métodos analíticos mostraron su capacidad de aplicarse a problemas concretos y deducir leyes generales. En concreto, Comte confiará en el trabajo de Lagrange, que fue después de Euler quien contribuyó a separar la fundamentación del análisis de la geometría y la mecánica, siendo así el ejemplo de cómo se consigue la generalidad de los métodos: «el carácter puramente abstracto de las nociones fundamentales se encuentra en el más alto grado en la concepción de Lagrange y solo en ella. Es, por esta razón, la más racional y la más filosófica de todas» (Comte 1830/1892, 220). Su trabajo sigue así la línea de autores de la época, como Bolzano o Peacock, que separaron las concepciones aritméticas y algebraicas de la geometría con la intención de basar el cálculo en principios algebraicos, considerándose desarrolladores de Lagrange (cf. Fraser 1990, 251).

Para entender la tarea y el carácter de la matemática, debemos pensarla como un todo en tanto que proporciona un método general mediante el cual es posible reducir los problemas geométricos y mecánicos a cuestiones de análisis, dotando así de máxima generalidad a la disciplina y facilitando el paso del ámbito empírico al lógico. O, lo que es lo mismo, debemos tratarla desde el método dogmático. Sin embargo, «cuando una ciencia se presenta de esta forma,

---

[10] De hecho, Comte insiste en usar con frecuencia el singular «la mathématique», frente a lo común del plural francés («les mathématiques»), para enfatizar la unidad de esta ciencia. Por esta razón, hemos elegido también el singular en este artículo.

sus orígenes empíricos se oscurecen» (Schmaus 2018, 35) y es por esto que Comte se esmerará en separar lo lógico de lo empírico en cada una de sus divisiones mediante una representación histórica. A través de esta, consideramos también el desarrollo de los métodos, con el objetivo de no perder de vista los comienzos empíricos de cualquier investigación científica o positiva, y no caer en un desacertado estudio de las causas de los fenómenos. Consecuentemente, la matemática se divide, en principio, en dos grupos principales en función de la naturaleza del objeto que estudia, pero el método que proporciona trasciende finalmente dicha división. Para esclarecer esta cuestión nos adentramos en el estudio de cada una de las partes, manteniendo la estructura comteana.

2.1. La matemática abstracta: el cálculo

Las cuestiones numéricas a las que Comte refiere cuando habla del dominio de la matemática abstracta son, por un lado, la resolución de ecuaciones y el descubrimiento de su modo de formación; y, por otro, la introducción de expresiones formales cuyo propósito es facilitar el cálculo. Para estas tareas contamos, en primer lugar, con el cálculo ordinario, divido en álgebra y aritmética. La primera transforma las ecuaciones dadas a partir de la matemática concreta para mostrar el modo de formación de las cantidades desconocidas a partir de las conocidas (cf. 1830/1892, 118). La segunda se encarga de resolver las ecuaciones, es decir, encontrar los valores de las fórmulas. Por eso Comte denomina cálculo de funciones al algebraico y cálculo de valores al aritmético (cf. 1830/1892, 148). Aún así, en último término, el de valores no es sino una aplicación del de funciones, siendo este el dominio fundamental de la matemática abstracta (cf. 1830/1892, 152).

Sin embargo, cuando los elementos analíticos que los cálculos ordinarios son capaces de tratar resulten insuficientes para representar todas las relaciones que los fenómenos empíricos presentan, el cálculo trascendental es el único adecuado, porque es este el que proporciona métodos para la formación de ecuaciones de forma indirecta. Por eso, Comte llama al cálculo ordinario, cálculo de funciones directas y al trascendental, de funciones indirectas, a partir de una generalización de las ideas de Lagrange (cf. 1830/1892, 160).

Así, el cálculo trascendental está formado por los cálculos integral, diferencial y de variaciones, y es aquí donde debemos hacer hincapié en la distinción entre estos tipos de cálculo y lo que Comte considera el método general, conocido como método infinitesimal. Para resolver ecuaciones de manera indirecta se necesitan métodos de integración y diferenciación que, para él, fueron principalmente desarrollados por Leibniz y Newton con la creación de los cálculos integral y diferencial. Ellos dotaron al cálculo de la generalidad que le faltaba al demostrar que consistía en operaciones inversas (cf. Comte 1830/1892, 223). Salvando las distancias, ambos métodos se basan en la introducción de elementos infinitesimales auxiliares entre los que encontraremos relaciones más simples que entre las magnitudes primitivas, con el fin de facilitar el establecimiento de ecuaciones y, al final, eliminar mediante el cálculo infinitesimal los elementos auxiliares. Es decir, mientras el cálculo se refiere a métodos de integración y diferenciación, el método infinitesimal se refiere al procedimiento de reducir los problemas. Como explica Fraser (1990, 253) respecto de los métodos descritos por Comte, estos permiten «obtener expresiones analíticas adecuadas a partir de las relaciones proporcionadas por los fenómenos [...]. Estas expresiones contienen funciones construidas partiendo de funciones algebraicas y trascendentes elementales usando la composición. En el curso de la derivación puede ser necesario introducir "magnitudes", tales como los imaginarios que no tienen una interpretación numérica directa».

Estas magnitudes imaginarias se eliminan mediante el cálculo, una vez se haya obtenido la ecuación que puede ser resuelta de manera ordinaria.

Los cálculos diferencial e integral fueron lo más parecido a unos fundamentos para el análisis en el siglo XVIII, sin embargo, seguían anclados en demostraciones geométricas y, para Comte, esto rompe la unidad de la matemática abstracta (cf. 1830/1892, 218). Es por ello que prefiere los métodos de Lagrange, quien trató de reducir el cálculo a un sistema puramente algebraico, basado en la introducción de un nuevo tipo de diferencial al que llamó «variaciones». Su objeto son los problemas relacionados con máximos y mínimos. En palabras de Comte, el método consiste en «los incrementos infinitamente pequeños que reciben los integrales, no en virtud de incrementos análogos por parte de las variables correspondientes como en el análisis trascendental común, sino suponiendo que la forma de la función situada bajo el signo de integración sufre un cambio infinitamente pequeño» (1830/1892, 264). Bajo el método de Lagrange, para establecer ecuaciones debemos introducir en lugar de las funciones primitivas, sus funciones derivadas. Estas derivadas son empleadas como auxiliares para deducir de sus relaciones las ecuaciones correspondientes entre las magnitudes primitivas. En efecto, Comte señalaba que el método de Lagrange era el más filosófico de todos y tenía además la virtud de hacer que «todas las diversas partes de la matemática abstracta, hasta ahora tan incoherentes, hayan podido concebirse, a partir de este momento, como formando un sistema único» (Comte 1830/1892, 220-221). Sin embargo, añade que resulta el menos adecuado para las aplicaciones por ser muy laborioso cuando el problema es complejo (1830/1892, 221). Por esto, alienta a usar los tres métodos —el de Newton, el de Leibniz y el de Lagrange[11]— de la manera que sea necesaria, en pos de salvar el paso de lo concreto a lo abstracto, de modo que en último término se puedan reducir las cuestiones geométricas y mecánicas al análisis. La ciencia requeriría el uso de las tres concepciones para conformar una noción suficiente del análisis, «sobre todo en lo relativo a sus aplicaciones» (1830/1892, 186).

[11] Hoy sabemos que en realidad serían dos, pues el de Newton y el de Leibniz son equivalentes.

2.2. Matemática concreta: geometría y mecánica.

Encargada de tratar con el mundo fenoménico, la matemática concreta se divide en geometría, que estudia la forma y el tamaño de los cuerpos; y mecánica, que se ocupa del movimiento y equilibro de estos. En geometría, la variable tiempo no tiene lugar, y por esto es considerada más simple y general que la mecánica, cuyo estudio no puede proceder sin la geometría, por lo que esta ocupa el lugar previo en la estructura.

Comte considera la geometría como la ciencia de la medida de la extensión, por ser su objetivo la medición de los diferentes tipos de extensión considerados como líneas, superficies y volúmenes (cf. 1830/1892, 291). Como todas las ciencias que analiza, esta también tiene una parte observacional, que es proporcionada por la geometría sintética. La geometría sintética o de los antiguos, a pesar de contar con pocos medios observacionales, resulta suficiente para formular las ecuaciones que permiten pasar al cálculo. Estos métodos se relacionan con la línea recta, la cuadratura de las áreas del plano rectilíneo y la cubicación de los cuerpos de caras planas. Por ello parte del estudio de la línea recta, elaborando abstracciones[12] desde nociones empíricas y prosigue con las superficies y los volúmenes. Posteriormente, se obtendría la expresión analítica de los fenómenos geométricos, proporcionada por la geometría analítica o de los modernos, que es idea de Descartes y «caracteriza con perfecta evidencia el método general que se debe emplear para organizar las relaciones entre lo abstracto y lo concreto en matemática, mediante la representación analítica de los fenómenos naturales» (1830/1892, 350). Es gracias a ella que podemos determinar la expresión analítica de cualquier fenómeno geométrico relativo a líneas, superficies o volúmenes y a su vez obtener la interpretación geométrica de cualquier consideración analítica (1830/1892, 382).

La división entre geometría sintética y general o analítica evidencia los comienzos empíricos de la disciplina, y Comte destaca la importancia de no olvidarlos, pues «intentar hacer entrar a la ciencia, desde su origen, en el dominio del cálculo, sería querer imponer a las teorías que versan sobre dominios efectivos, el carácter de simples procedimientos lógicos y privarlas así de lo que constituye su correlación necesaria con el mundo real» (Comte 1830/1892, 323).

Así, pese al énfasis del momento en la geometría analítica, Comte advierte que no se debe caer en el error de pensar que es el cálculo en sí mismo, como empleado en la geometría de Descartes, el que separa los dos enfoques geométricos. Recuerda, pues, que los antiguos tenían conocimiento del cálculo, como se ve en numerosas aplicaciones de la teoría de proporciones y esto puede entenderse como un equivalente limitado del algebra moderna (cf. 1830/1892, 315). Más que en el uso de los métodos algebraicos, la diferencia radica en la naturaleza de las cuestiones consideradas.

---

[12] De acuerdo con Bourdeau (2011, 42), la abstracción es un trabajo de simplificación e idealización. El propio Comte insiste en que «la abstracción consiste sobre todo en descartar irregularidades» (1851, I, 501).

El enfoque antiguo, tomado como el más natural, consiste en extraer a partir de los métodos disponibles todas las determinaciones posibles de una línea o figura antes de pasar a la siguiente, es por eso una geometría especial. En cambio, el método racional, propio de los modernos, aporta un enfoque general, relativo a cualquier figura. Es una abstracción de toda cuestión relativa a un mismo fenómeno geométrico para tratarla de manera general en cualesquiera cuerpos en los que pueda considerarse (cf. 1830/1892, 317-318). Por tanto, mientras la aplicación de los métodos antiguos es siempre aproximada y un tanto fortuita, con los métodos modernos, se tiene «la certitud evidente de que las formas del mundo exterior no podrán jamás escapar a la teoría, si el fenómeno geométrico que esta considera se presenta» (1830/1892, 321), es decir, queda garantizada la aplicabilidad.

* * *

Una vez que las características geométricas de los cuerpos han sido consideradas, puede abordarse la ciencia mecánica, que se divide en estática y dinámica, orientadas a estudiar el equilibrio y el movimiento, respectivamente.

Para Comte, es en la mecánica donde encontramos una mayor dificultad para dejar a un lado el estudio de las causas y en la que encontramos una confusión constante entre lo abstracto y lo concreto. A fin de esclarecer esta cuestión, establece una base elemental para la disciplina, determinada por tres leyes del movimiento mediante las que puede procederse a la construcción lógica de la ciencia sin recurrir a la experiencia. Según Comte (1830/1892, 472), estas corren a cargo de los planteamientos de Kepler, Newton y Galileo. Así, aunque Comte considera que las leyes de la mecánica son de origen experimental, tal y como él atribuye a Newton (1830/1892, 443), no son las mismas que propuso Newton.

La primera de ellas es la ley de inercia, según la cual «todo movimiento es naturalmente rectilíneo y uniforme; es decir, que todo cuerpo sometido a la acción de una única fuerza cualquiera, que actúa sobre él instantáneamente, se mueve constantemente en línea recta y con una velocidad invariable» (Comte, 1830/192, 455-456). Comte atribuye esta ley a Kepler y no a Newton, seguramente por el uso que este hace de la noción de inercia, aunque para Kepler no constituye explícitamente una ley del movimiento[13]. En realidad, aunque el enunciado ha sido ligeramente transformado, esta ley corresponde a la primera de Newton.

Para la segunda de sus leyes del movimiento, Comte usa la tercera ley newtoniana, la de igualdad de acción y reacción: «todas las veces que un cuerpo es movido por otro de cualquier manera, ejerce sobre él, en sentido inverso, una reacción tal, que el segundo pierde, en razón de su masa, una cantidad

[13] Kepler introduce el término en *Epitome astronomiae copernicanae*, e indica una resistencia al movimiento. *Cf.* KEPLER, *Opera*, VI, 342

de movimiento exactamente igual a la que el primero ha recibido» (Comte, 1830/1892, 460).

Por último, atribuye a Galileo su tercera ley, aunque admite dar una formulación distinta. Dicha ley implica el principio de la independencia o coexistencia de los movimientos, conocido como «composición de fuerzas»: «todo movimiento exactamente común a todos los cuerpos de un sistema cualquiera no altera los movimientos particulares de los diferentes cuerpos entre sí, estos movimientos continúan ejerciéndose como si el sistema estuviera inmóvil» (Comte 1830/1892, 461-462)[14].

La formulación de estas leyes se basa en la idea de que la mecánica se limita al estudio del movimiento sin preocuparse de la causa por la que este se ha producido (Blay 2018, 64). En este sentido, como afirma Blay (2018, 64), Comte estaba de acuerdo con D'Alembert, para quien el movimiento y sus propiedades generales son el principal objeto de la mecánica. En su *Traité de Dynamique*, afirmaba D'Alembert que los principios de la mecánica podían reducirse a tres, a saber, el de inercia, el de composición de movimientos y su principio del equilibrio (D'Alembert 1743/1758, 3-8). De hecho, encontramos similitudes en las concepciones de ambos acerca de lo que debía ser la base fundamental de la mecánica. D'Alembert afirmaba estar desarrollando las leyes generales del equilibrio y del movimiento al estilo newtoniano, pero sin tratar las causas del movimiento, es decir, sin proporcionar una definición de fuerza, sino solo atender a sus efectos: los movimientos[15]. Pese a que el planteamiento de partida en Comte y D'Alembert es distinto, en el sentido de que Comte intenta mostrar en todo momento el origen experimental de las leyes y D'Alembert trata de deducirlas de principios racionales[16], tienen en común la obsesión por evitar la aparición de la noción de fuerza en los primeros principios, pues si para Comte esta no tiene justificación empírica, para D'Alembert no la tendrá racional.

De cualquier modo, para Comte, estas leyes conforman la mecánica elemental, su expresión es tan simple que pueden tratarse en forma de ecuaciones analíticas fáciles de obtener y representan el límite entre la parte concreta y la abstracta de la disciplina (cf. 1830/1892, 471). Es decir, gracias a estas tres leyes, la mecánica puede proceder a su construcción lógica, que queda verdaderamente establecida con la Mecánica analítica de Lagrange.

---

[14] Blay 2018, 65 dice que esta ley tiene su origen en Huygens, y constituye, en efecto, el segundo y tercer principios del movimiento en su obra *Horologium oscillatorium* (1673, 21). Como explica Darrigol (2020, 19), Galileo descubre esta regla para el caso en que la velocidad inicial es horizontal, de hecho, esto es lo que hoy conocemos como relatividad galileana. Probablemente esta es la razón de que Comte la atribuya a Galileo.

[15] Hay que destacar, además, que Comte considera el principio de D'Alembert como una generalización de la ley newtoniana de acción y reacción, es decir de su segunda ley fundamental de la mecánica (Comte 1830/1892, 461), siendo su ley fundamental válida para dos cuerpos y el principio de D'Alembert para un sistema general (Comte 1830/1892, 557).

[16] D'Alembert deduce el principio de inercia del de razón suficiente. El segundo es una formulación «disfrazada» de la segunda ley de Newton y el tercero es un teorema, derivable del paralelogramo de fuerzas y del de razón suficiente. *Cf.* Darrigol 2020, 22.

La mecánica se divide en estática y dinámica. Con respecto a la primera, encargada del estudio del equilibrio, corresponde a Lagrange haberla convertido en una verdadera ciencia, cuando con su principio de velocidades virtuales dedujo la mecánica de un único teorema fundamental, reduciendo todas las cuestiones de estética a cuestiones de análisis mecánico. Antes de él, esta disciplina carecía de los principios generales característicos de una verdadera ciencia. Las investigaciones de Galileo permitieron estudiar el equilibrio bajo concepciones dinámicas, pero de esta forma, la estática se convierte en una parte de la dinámica, y Comte se muestra reacio a esta dependencia, pues considera que los estudios estáticos deben ser más simples y generales. Lagrange resolvió esto combinando los principios ya mencionados de Galileo, con los descubiertos por D'Alembert. Su principio indica que «la suma algebraica de los momentos virtuales de todas las fuerzas [...] debe ser nula para que haya equilibrio» (Comte 1830/1892, 495). Este principio queda expresado por las ecuaciones de Lagrange, en las que, para Comte, se puede considerar «que toda la mecánica racional está implícitamente contenida» (1830/1892, 495). Es decir, no solo la estática encuentra una base analítica, sino que la dinámica puede deducirse de ella. Pues esta última, encargada del estudio del movimiento acelerado producido por fuerzas continuas (Comte 1830/1892, 529), encuentra en la Mecánica analítica de Lagrange una teoría completa de asimilación de movimientos, reduciendo las cuestiones de movimiento a cuestiones de equilibrio.

Lagrange presenta una nueva concepción del movimiento acelerado que será la que asuma Comte:

> «En su *Teoría de funciones analíticas* ha demostrado que esta consideración dinámica realmente consiste en concebir cualquier movimiento acelerado como compuesto, en cada momento, de un cierto movimiento uniforme y otro movimiento uniformemente acelerado, asimilándolo al movimiento vertical de un cuerpo pesado lanzado con un impulso inicial» (1830/1892, 534-535).

Al asimilar movimientos y determinarlos a partir de funciones derivadas sucesivas, presenta un método más general que permite establecer la teoría de movimientos acelerados más fácilmente. En último término, se trata de aplicar el principio del equilibrio de D'Alembert en combinación con el de las velocidades virtuales, de manera que los problemas dinámicos puedan ser tratados como problemas de equilibrio. Y esto es, desde el punto de vista de Comte, la aportación de Lagrange. Como afirma Fraser (1990, 249), esta «consistió en un énfasis altamente distintivo en el análisis, entendido en un sentido bastante formal, como un medio para unificar las diferentes ramas de la matemática, tanto pura como aplicada». Comte ve en Lagrange la concepción más filosófica de la matemática, pues ofrece una posibilidad unificadora y por eso es la que mejor representa sus propias ideas. Esta idea supondría una paradoja con respecto a la imagen que habitualmente se presenta de la obra de Lagrange, pues no solo es la primera obra que no contiene figuras, sino también la primera que no discute filosóficamente los principales conceptos que utiliza. Es decir, no presenta una fundamentación filosófica de conceptos como materia, fuerza, espacio o tiempo, tal y como era costumbre en las obras de sus predecesores —Newton, Euler, etc.—. El hecho de que Comte la elija como la más filosófica dejaría de ser paradójico si se tiene en cuenta lo que para Comte significa una concepción filosófica, a saber, una concepción «positiva», y esto refiere a una exposición exenta de presupuestos metafísicos y relaciones vacías. Es en este preciso sentido que la obra de Lagrange es para Comte la más filosófica.

La exposición comteana refleja así cómo hay una primera etapa en la que, mediante la inducción de hechos observados, llegamos a unos principios explicativos; y una segunda en la que, gracias a los métodos analíticos, la ciencia ha obtenido un grado de madurez que permite aplicar leyes generales para explicar los fenómenos. No obstante, estos grandes desarrollos de los métodos matemáticos estuvieron en su mayor parte inspirados por problemas concretos que presentaron los fenómenos celestes, por lo que interesa al método positivo mostrar cuál es la relación entre las dos primeras ciencias de la enciclopedia.

3. La astronomía como aplicación de la matemática

Encargada del estudio de los cuerpos celestes, la astronomía ocupa el segundo lugar en el *Cours,* principalmente, por la sola necesidad de los métodos matemáticos para su realización:

> «Es evidente que la astronomía debe ser, por su naturaleza, esencialmente independiente de todas las otras ciencias naturales, y que solo tiene necesidad de apoyarse en la ciencia matemática [...]. La astronomía tenía ciertamente, entre las manos de Hiparco y de sus sucesores todos los caracteres de una verdadera ciencia, al menos bajo el aspecto geométrico, mientras que la física, la química, etc., estarían aún profundamente enterradas en el caos metafísico e incluso teológico» (Comte 1835/1893, 20).

La armonía que matemática y astronomía proporcionan en el estudio de los fenómenos y la formulación de leyes generales se verá reflejada, de nuevo, en una exposición tanto histórica como dogmática, que divide la disciplina en geometría celeste, estática celeste y dinámica celeste. Como puede verse, la parcelación de la astronomía refleja la aplicación de la matemática a la naturaleza al estructurarse igual que la matemática concreta.

Históricamente, la astronomía fue la primera ciencia natural en establecerse de manera positiva[17]. Comte resalta la facilidad de establecer su carácter científico por estar totalmente alejada de las causas y principios ontológicos de los fenómenos (1835/1893, 18-19) y por ello fue la primera ciencia matematizada

[17] Comte pensaba que la astronomía era el motor que podía impulsar la reforma social. Mientras que su exposición sobre las seis ciencias fundamentales se desarrolla en el *Curso de Filosofía Positiva*, dedica a la astronomía obras posteriores, como el *Tratado de Astronomía Popular* (1844), mediante el que pretendía iniciar al proletariado en el positivismo. El famoso *Discurso sobre el Espíritu Positivo* constituye, precisamente, la introducción a ese *Tratado*.

de la naturaleza. En adelante veremos cómo matemática y astronomía han ido retroalimentándose a lo largo de su desarrollo en la formación de nuevos métodos científicos. Pero, además, para Comte, «la combinación de estos caracteres esenciales, a saber, la extrema simplicidad de los fenómenos a estudiar y la gran dificultad de su observación, es lo que constituye la astronomía como una ciencia eminentemente matemática» (1835/1893, 12). En definitiva, es una ciencia que no puede pasarse sin observación, como todas las propuestas por Comte, pero en la que la observación ocupa el menor lugar dentro de lo que son las ciencias naturales. Así, afirma la imposibilidad de observar la curva que forma la trayectoria de un planeta o la verdadera figura de la Tierra, lo que significa, que la parte de raciocinio en esta ciencia está muy cerca de la matemática.

Por otra parte, la astronomía solo cuenta con el sentido de la vista como medio de observación, y con la medición de ángulos y el cálculo de tiempos transcurridos como únicos métodos para descubrir las leyes de los cuerpos celestes (Comte 1835/1893, 11). Estas herramientas son suficientes para la constitución de la parte empírica de la disciplina. Ahora bien, para que sea una ciencia positiva es necesario efectuar algunas restricciones en su dominio. El estudio de los cuerpos celestes está destinado a la predicción de sus movimientos y posiciones en cualquier momento futuro, porque de ello, en parte, depende nuestra vida en la Tierra. Sin embargo, para Comte, nada más allá de nuestro sistema solar nos influye, y por esto restringe su estudio de la astronomía, tal y como había hecho Newton:

> «Es preciso separar más profundamente de lo que acostumbramos el punto de vista solar y el punto de vista universal [...]: el primero es lo más alto que podemos realmente alcanzar, y es también el único que nos interesa verdaderamente. [...] Es solo dentro de tales límites que la astronomía merece, por su perfección, el rango supremo que ocupa hoy entre las ciencias naturales» (1835/1893, 9-10).

La segunda restricción que impone es la limitación del estudio a lo que se alcanza a ver, de manera que las investigaciones físicas, químicas[18] y sociales sobre los fenómenos celestes quedan descartadas, porque no podemos tener un conocimiento empírico sobre este tipo de fenómenos en los astros. Así, Comte (1835/1893, 28) señala que «las divisiones que encontraremos en la disciplina surgen del hecho de que los fenómenos astronómicos son geométricos y mecánicos», estableciendo una perfecta armonía entre las ideas matemáticas y las astronómicas, pues si la división de la astronomía es paralela a la de la matemática concreta, «la necesidad que se encuentra sin cesar de deducir de un pequeño número de medidas directas, ya sea angulares, ya sea horarias, cantidades que no son en sí mismas inmediatamente observables, hace que

[18] Este es uno de los fracasos más sonados de Comte, pues apenas veinte años más tarde, con los trabajos de espectroscopia de Kirchhoff y Bunsen se descubrirá la composición química de los astros.

el uso continuo de la matemática abstracta sea absolutamente indispensable» (1835/1893, 12-13).

Consecuentemente, las restricciones son relevantes en el cumplimiento de las exigencias del método positivo, en base al cual interesa ahora mostrar de qué manera la astronomía se relaciona con los métodos matemáticos en la búsqueda del conocimiento, sin estar condicionada por ninguna de las otras ciencias que la siguen y que dependen de ella.

3.1. Geometría celeste

Los métodos geométricos son los únicos que garantizaron la astronomía en sus inicios, pues los geómetras estudiaron la forma y el tamaño de los cuerpos, junto con sus leyes geométricas antes de conocer las fuerzas que cambian sus posiciones. Por eso, la geometría celeste aún recibe el nombre de astronomía, «por haber tenido durante tanto tiempo, antes que la otra [la mecánica celeste] un carácter científico» (Comte 1835/1893, 28). En base a esto, su estudio se divide en fenómenos estáticos y dinámicos que pueden concebirse geométricamente:

> unos se refieren a cada astro inmóvil y comprenden su distancia, su figura, su tamaño, etc. [...]; los otros son relativos al astro considerado en sus desplazamientos y se reducen a la comparación matemática de las diversas posiciones que ocupa en las diferentes épocas de su curso periódico (1835/1893, 69).

Incluye así una teoría geométrica sobre el movimiento de los cuerpos celestes que, aunque debería considerarse una parte de la dinámica celeste, se expone aquí por ser lo suficientemente simple, convirtiendo a la geometría celeste en la verdadera base de todo el estudio astronómico posterior. El primer lugar será, así, ocupado por los fenómenos más simples y generales, es decir, los estáticos; seguidos de las teorías geométricas de los movimientos y la gravitación, como un fenómeno dinámico.

El estudio de los fenómenos estáticos se apoya principalmente en la observación directa y en la matemática más simple. Para determinar las distancias utiliza métodos de triangulación y paralaje originados en la geometría sintética o de los antiguos, aunque para cuerpos muy distantes no es suficiente y, por ello, la seguridad de las observaciones es proporcional a la cercanía (1835/1893, 80). Para la forma, la observación directa asegura que los planetas son esféricos con más o menos achatamiento en los polos y con la protuberancia en el ecuador según su velocidad de rotación (1835/1893, 82). En los cuerpos más grandes debe medirse su diámetro aparente en todas direcciones, que es otra medición angular; mientras en los más pequeños, la esfericidad solo se concluye por inducción. Finalmente, el tamaño debe calcularse a partir de la combinación del diámetro aparente con la determinación de la distancia (cf. 1835/1893, 83). Por su parte, la teoría geométrica de los movimientos se ocupa de la rotación y la traslación. Aunque el movimiento de traslación fue el primero en considerarse, el estudio de la rotación se expone en primer lugar por ser más simple, ya que en él no influye la posición del observador ni el conocimiento de las órbitas planetarias (cf. Comte 1835/1893, 95). Se determina observando cualquier signo o mancha en la superficie del cuerpo y se sigue su movimiento a partir de esta referencia; para cuerpos muy remotos se usa la analogía y la inducción. La demostración geométrica de la traslación conlleva una tarea más ardua, aunque finalmente puede realizarse su observación con ayuda de la consideración de la distancia respecto al Sol, que es la que permite establecer la verdad del movimiento (cf. 1835/1893, 99). Sin embargo, todos los fenómenos anteriores presentan una mayor dificultad cuando se trata de la Tierra ya que, aunque comenzaron a estudiarse de forma geométrica, poco puede averiguarse mediante observaciones directas. Para la forma y el tamaño solo podemos basarnos en la acumulación de observaciones indirectas y se requieren razonamientos matemáticos complejos que no forman parte de la geometría.

Pero a pesar del atraso que suponía el desconocimiento de métodos matemáticos más abstractos y de que las predicciones fueran cortas en el tiempo, el conocimiento adquirido mediante el uso de la geometría siempre fue positivo y cumplió muchos propósitos prácticos. No obstante, no fue hasta Kepler que se encontró una armonía entre estos elementos esenciales. Con sus conocidas tres leyes, establecía una conexión entre todas las partes del sistema solar suponiendo una mayor generalidad y aplicación de la matemática más abstracta, y con ello influyendo notablemente en la matematización de la ciencia astronómica (Comte 1835/1893, 103). Sin embargo, su concepción no estaba lo suficientemente generalizada al comportamiento de todos los astros como para conformar la explicación de un sistema en clave unificada, faltaba hallar la correcta concepción de la fuerza que explicara los fenómenos celestes, una tarea que comenzó Newton con el estudio de la segunda ley de Kepler. Gracias al cálculo infinitesimal, Newton consiguió justificar dinámicamente las leyes cinemáticas de Kepler, deduciendo matemáticamente fuerzas a partir de trayectorias curvas o trayectorias curvas a partir de fuerzas, lo que supone hallar la ley de la gravitación universal. Desde entonces, la noción de gravedad pasó a ser la explicación de todos los movimientos celestes:

> Es para expresar brevemente esta asimilación fundamental entre la pesantez y la fuerza aceleradora de los astros que se ha creado el feliz término de gravitación […]. El empleo de este término tiene la preciosa ventaja filosófica de indicar estrictamente un simple hecho general, matemáticamente constatado, sin ningún recurso vano a la naturaleza íntima de la causa primera de esta acción celeste ni de esta pesantez terrestre (Comte 1835/1893, 188).

Aboga, así, por el uso del término «gravitación» frente al de «atracción», al que considera irracional y «un simple artificio del lenguaje» (189), para evitar especulaciones metafísicas y alusiones a causas, pues eliminando la idea de atracción, suprimimos la «causa» del movimiento y gravitar, que significa, en último término «caer», alude a un observable. Así, lo que Newton en el Escolio General de los *Principia* tomaba como una limitación de su teoría —el no haber encontrado la causa de la atracción, sino solo la relación matemática que la rige—, Comte lo considera una virtud, pues evita alusiones metafísicas. En definitiva, la ley de gravitación newtoniana supone para Comte una muestra sobre cómo, sin intentar penetrar en la esencia de los fenómenos, estos pueden conectarse y asimilarse, con el fin de alcanzar la precisión y certeza que nos permita predecir acontecimientos futuros. Pero, aunque Newton llamó a esta ciencia general de las relaciones entre movimientos y fuerzas mecánica racional (cf. 1687/1987, 98), no es hasta la utilización del cálculo infinitesimal cuando se muestra todo el potencial de esta disciplina. Por eso Comte trata la gravitación, en principio, como un fenómeno dinámico perteneciente al ámbito de la geometría celeste y no lo incluye en la dinámica celeste.

La verdadera construcción de una mecánica en clave analítica y no geométrica es una empresa reconocida a Lagrange, el héroe «filosófico» de Comte. De manera que las leyes de Kepler y Newton no forman parte de la dinámica celeste comteana, pero dan paso a la concepción mecánica. La mecánica celeste, a la que atendemos a continuación, se funda entonces en las tres leyes de Kepler y las reglas de la dinámica racional construidas por Newton. Es así que «lo que constituye toda la realidad de la mecánica celeste [...] es haber tomado su punto de partida del conocimiento exacto de los verdaderos movimientos, proporcionado por la geometría celeste» (Comte 1835/1893, 30).

3.2. Estática celeste

Mediante las leyes de Kepler y Newton, los estudios sobre el peso en la Tierra, la forma de los planetas o las mareas se suman a la astronomía formando parte de la estática celeste. Esto significa que los fenómenos serán ahora estudiados en base a su estado de equilibrio, por lo que Comte no incluirá consideraciones dinámicas como la fuerza hasta la exposición de la dinámica celeste, estableciendo una perfecta armonía entre la estática celeste y las concepciones preliminares de la mecánica racional que veíamos en la matemática. Así, sin alusión a fuerzas, abordará los fenómenos del peso y la forma de los planetas y el estudio de las mareas. Comenzando por el estudio del peso, debemos tener en cuenta que este se relaciona con la medida de la fuerza que es causada sobre el cuerpo por la acción gravitatoria de otro, y para conocer la gravitación mutua de los cuerpos hay que conocer sus masas, por lo que, para estimar el peso, primero necesitamos la masa, que es la cantidad de materia que un cuerpo posee. En palabras de Comte, «si la masa de un astro conocido estuviera determinada exactamente, eso permitiría apreciar la pesantez en su superficie o a una distancia cualquiera y, recíprocamente, la medida directa de esta intensidad bastaría para estimar la masa» (Comte 1835/1893, 206). Menciona intentos previos para realizar esta estimación, pero finalmente, atribuye a Cavendish, gracias a la balanza de torsión, haber descubierto que la densidad media del globo terráqueo era cinco veces y media la del agua, de donde puede deducirse el peso de la Tierra en toneladas.

A través de este tipo de estimaciones se consiguen algunos datos sobre la constitución de nuestro planeta. Por ejemplo, sabemos que la densidad de las partes cerca de la superficie está muy por debajo del promedio y la densidad más cercana al centro debe ser muy superior a la media (Comte 1835/1893, 210-211). Para los demás planetas, estimamos su peso a través de medidas indirectas, como el estudio de las perturbaciones que sufren por su achatamiento polar (cf. Comte 1835/1893, 215-216).

En cuanto a la forma de los planetas, Comte explica cómo varios fenómenos han probado verdadera la suposición de los geómetras de que los cuerpos celestes eran originariamente fluidos, pues su equilibrio es compatible con una sola forma, y no con varias, como corresponde a sólidos en rotación (Comte 1835/1893, 212). Mediante observación y teorías geométricas simples, se podían determinar esas formas, pero para hacerlo con precisión matemática, hace falta el análisis trascendental y cuenta con dificultades que nunca se superan por completo. A este respecto, Comte menciona el teorema de Maclaurin (1835/1892, 215) sobre cómo la forma elipsoide cumple con precisión las condiciones de equilibrio, y explica que, aunque implica la suposición de que la estructura del cuerpo es homogénea, y esto no es así, en el caso de la Tierra la regla matemática concuerda con la observación directa. La última consideración que pertenece a la estática es la de las mareas, porque consideramos a la Tierra inmóvil y desde el punto de vista matemático, tomaremos la figura del océano durante un periodo de equilibrio, sin pensar en los movimientos que lo produjeron. Es decir, se trata como una masa de agua uniforme y en equilibrio. Como sabemos, la teoría de la gravedad ofreció una explicación al establecer que la causa de las mareas estaba en el cielo y no en la tierra (Comte 1835/1893, 220), pero estáticamente, consideramos el efecto de un cuerpo celeste sobre las mareas sin tomar en cuenta cuál es la acción de tal cuerpo, es decir, sin referencia a consideraciones dinámicas como la gravitación. Para Comte, la teoría matemática de las mareas concuerda con la observación directa en alto grado. Pese a lo cual, aún faltarían muchos datos inabarcables para que fuera completamente precisa, «como la verdadera ley de la densidad en el interior de la Tierra» (Comte 1835/1893, 227). En definitiva, funciona como una buena aproximación, pues «aunque muchos datos de esta gran teoría presentan alguna incertidumbre inevitable [...], recibe en nuestra experiencia diaria, la confirmación más decisiva y la más útil, puesto que alcanza el fin definitivo de toda ciencia, a saber, una previsión exacta de los acontecimientos para guiar nuestra conducta» (1835/1893, 229).

3.3. Dinámica celeste

La dinámica estudia el cambio de movimiento a partir de fuerzas continuas y en el siglo XVIII tuvo una aplicación especial en el problema de las perturbaciones planetarias, en las que Comte centra su exposición sobre dinámica celeste. La ley de gravitación universal había determinado que todos los cuerpos se hallan en interacción mutua, siendo afectados no solo por el cuerpo en torno al cual orbitan, sino también por el resto. Las perturbaciones refieren, así, a las desviaciones que sufre la trayectoria de un cuerpo sometido a la acción de todos los demás. Tras Newton, esta cuestión fue una de las más relevantes en la transformación de la mecánica geométrica en analítica. Las perturbaciones debían abordarse matemáticamente si se pretendía que la mecánica celeste ofreciese exactitud en el cálculo. De nuevo, Comte encuentra en Lagrange el mejor ejemplo de cómo obtener generalidad en los métodos. De acuerdo con Lagrange, las perturbaciones pueden ser de dos tipos: choques o explosiones y cambios graduales referidos a los movimientos de rotación y traslación. Ahora bien, Comte decide centrarse en los segundos, porque el estudio de los primeros es relativamente simple, pues no afecta a las leyes principales del sistema, es decir, las de Kepler; y una vez haya ocurrido un choque, es fácil deducir los nuevos valores de los elementos del sistema tras la perturbación (cf. 1835/1893, 232-233).

El conocimiento de las perturbaciones graduales, sin embargo, es mucho más complicado y es a un tiempo más importante, para el perfeccionamiento de las tablas astronómicas. Estas perturbaciones se distinguen también en dos tipos: las producidas en la rotación y en la traslación. Las alteraciones en la rotación son menos y solo nos preocupan para el caso de la Tierra, por lo que la verdadera dificultad se encuentra en la traslación (cf. Comte 1835/1893, 237).

Cuando nos adentramos en el estudio de estas perturbaciones, el método más directo resulta impracticable. Este se basaría en calcular las ecuaciones diferenciales del movimiento de cualquier planeta bajo las influencias de todos los demás. Como se sabe, las ecuaciones diferenciales que resultan de los cálculos de las interacciones entre tres cuerpos no dan lugar a una solución analítica, lo que se conoce como el «problema de los tres cuerpos» (Comte 1835/1893, 238). Así, menos aún podrán calcularse las interacciones entre todos los cuerpos del sistema solar. De hecho, el problema es resoluble solo cuando consideramos dos cuerpos. Bernoulli y Euler desarrollaron el problema mediante la integración de un sistema de seis ecuaciones diferenciales de segundo orden. Lagrange obtuvo soluciones parciales para el caso de tres cuerpos, a partir del uso del cálculo de variaciones y de sus observaciones sobre las desigualdades de los satélites de Júpiter. Encontró que una forma de tratarlas era desglosando las diferentes desviaciones en términos independientes, que permitieran un tratamiento por separado, obteniendo así aproximaciones. Para Comte, la determinación de todos los movimientos debería ser un problema único, pero no puede serlo por la imperfección del cálculo, lo que obliga a dividirlo en el estudio de planetas, satélites y cometas. Además, para evitar la complejidad del problema, se procede al estudio de las perturbaciones mediante una abstracción, considerando al Sol como un punto inmóvil (Comte 1835/1893, 241). Entre los planetas, es la Tierra la que presenta mayores complicaciones, porque está enormemente influida por la Luna, responsable de sus principales perturbaciones; pero la dificultad aumenta cuando tratamos satélites, por la inestabilidad de su foco de gravedad; o cometas, a causa de la extrema elongación e inclinación de sus órbitas y de su tamaño, pues los hace extremamente sensibles a la influencia de aquellos cuerpos cuyas proximidades recorren.

Así, Comte aborda una de las cuestiones que más preocuparon en la época y que permearon la astronomía decimonónica hasta los análisis de Poincaré a final de siglo: si las perturbaciones eran acumulativas, pudiendo poner en peligro la continuidad del sistema solar, o si su estabilidad estaba garantizada. Para Comte, la estabilidad queda demostrada gracias a la abstracción y generalidad que alcanza la disciplina: «la mecánica celeste ha logrado finalmente asignar un plano necesariamente inmóvil en medio de todas las perturbaciones interiores de nuestro sistema» (1835/1893, 260), además de considerar que las grandes variaciones son periódicas. En último término, esto constituye para él una prueba de la verdad del sistema positivo y la necesidad de sus restricciones:

> «Los fenómenos más generales del universo no pueden ejercer ninguna influencia real sobre los fenómenos más particulares que suceden en el interior de nuestro sistema solar. Esta anomalía filosófica, desaparecerá inmediatamente para todos los espíritus que admitan que estos últimos fenómenos son los más lejanos que nuestras investigaciones positivas pueden verdaderamente alcanzar, y que el estudio del universo debe ser, desde ahora, radicalmente desligado de la verdadera filosofía natural» (1835/1893, 267).

Esto significa, en definitiva, que los otros sistemas astronómicos no afectan de manera esencial al nuestro, lo que queda probado, según Comte (1835/1893, 240) por la conformidad de las tablas astronómicas con las observaciones y, al mismo tiempo, justifica la restricción esencial de Comte de limitar el estudio de la astronomía al sistema solar. Solo con estos límites puede considerar la astronomía una «ciencia positiva», disponiendo una barrera que, de no ser sobrepasada, habría impedido avances fundamentales en este campo. Consecuentemente, el precio para la positividad de una ciencia acaba por ser una acotación excesiva de su campo de investigación que no concuerda con lo que será el desarrollo de la ciencia posterior.

Consideraciones finales.

A través del estudio de la astronomía hemos podido comprobar cómo una multitud de fenómenos concretos son investigados matemáticamente llevando a la creación de leyes generales, que son la base de todo nuestro conocimiento real, tal como la ley de gravitación. Gracias a su estatus de ciencia natural, la astronomía es capaz de mostrar los comienzos observacionales del conocimiento mejor que la disciplina matemática, razón por la que Comte puso en ella el énfasis como medio de divulgación y enseñanza del positivismo (cf. Schmaus 2018, 48), mientras que la importancia de la matemática reside en su capacidad como método para unificar los diferentes saberes. En este sentido, la matemática se establece a la cabeza de su sistema siendo la ciencia que posibilita la creación de un sistema unificado de conocimiento, y dando al sistema su robustez. Pero son las dependencias entre ambas ciencias —matemáticas y astronomía— lo que muestra el propósito de Comte, a saber, la coordinación entre los diferentes saberes.

No obstante, como indicó Brenner (2018, 90), ensimismado por el cumplimiento del método, Comte impuso demasiadas limitaciones a la ciencia. Como hemos visto con respecto a la astronomía, restringió demasiado el domino de los fenómenos dejando fuera direcciones de investigación prometedoras, como la relativa a la composición química de los astros o la exploración astronómica más allá de los límites del sistema solar. Pese a estas restricciones, al reconocer el valor empírico de la astronomía para la aplicación de la matemática, Comte se alinea con los grandes astrónomos de su época como Bessel, para el que «ninguna ciencia es tan rica en la aplicación de la matemática como la astronomía» (cf. Olesko 1991, 30). Con respecto a la matemática, Fraser (1990, 251) señala estudios relevantes en el siglo XIX que Comte habría pasado por alto, como los de Cauchy, que para 1821 habría desbancado la base lagrangiana para el cálculo, proporcionando una base aritmética rigurosa. Sin embargo, estos «descuidos» no significan que no prestase atención a su contemporaneidad y es relevante para entender en qué consiste su exposición sobre la matemática. Su modelo a seguir fue Lagrange, porque en él ve la concepción más «positiva» de la matemática, sin embargo, a menudo hace referencia a lo inacabado e imperfecto de sus métodos, mostrando que lo que verdaderamente le preocupa no es una exposición del conjunto del contenido matemático disponible hasta su momento, sino de cómo la matemática funciona como método de descubrimiento. En este sentido, Comte estaba especialmente interesado por separar en cada ciencia el apartado lógico del empírico —es decir, la reconstrucción de una disciplina desde el punto de vista y los métodos del presente, de su proceso real de emergencia—, demostrando la manera de proceder en la obtención del conocimiento, de manera tanto dogmática como histórica.

La combinación de ambos modos de exposición aplicados, en este caso, a la matemática y la astronomía nos muestran que, el positivismo comteano, queda lejos de establecer una relación «con el empirismo, con una ciega imitación de las ciencias naturales y con el uso irreflexivo de métodos cuantitativos» (Heilbron, 2018, 159). Comte combinó racionalismo y empirismo en su análisis del conocimiento, al tiempo que estableció la filosofía positiva como aquella inseparable de la reflexión histórica sobre las ciencias.

Referencias

Blay, M. (2018). «The Analytical Construction of a Positive Science in Auguste Comte», en Bourdeau et al., pp. 56-72.

Bourdeau, M. (2011). «L'idée des mathématiques appliquées chez Comte», en: Mathématiques et Sciences Humaines, Centre de Mathématique Sociale et de statistique, EPHE, pp. 35-44. halshs-00595495.

Bourdeau, M. (2018). «Comte's Political Philosophy», en Bourdeau et al., 2018, 163-189.

Bourdeau, M., Pickering, M. & Schmaus, M. (2018). Love, Order, & Progress. Pittsburgh: University of Pittsburgh Press.

Brenner, A. (2018). «Astronomical Science and Its Significance for Humankind», en Bourdeau et al., pp. 72-91.

Heilbron, J. (2016). «Auguste Comte and Modern Epistemology», en Gjesdal, K. Debates in nineteenth century philosophy: essential readings and contemporary responses, Routledge, pp. 159-170.

Comte, A. (1830/1892). Cours de Philosophie Positive, Vol. 1. Paris: Bachelier.

Comte, A. (1835/1893). Cours de Philosophie Positive, Vol. 2. Paris: Bachelier.

Comte, A. (1851). Système de politique positive, Vol. 1. Paris:, Bachelier. D'Alembert, J. (1743/1758). Tratité de Dynamique. Paris: David.

Darrigol, O. (2020). «Deducing Newton's second law from relativity principles: A forgotten history». Archive for History of Exact Sciences, 74, pp. 1-43.

Ducassé, P. (1934). «La pensée mathématique d'Auguste Comte». Thalès, 1, pp. 133-143.

Fraser, C. (1990). «Lagrange's Analytical Mathematics, Its Cartesian Origins and Reception in Comte's Positive Philosophy», Studies in History and Philosophy of Science, 21(2), pp. 243-256

Huygens, C. (1673). Horologium oscillatorium. Paris: Muguet.

Kepler, J. (1858-1871). Joanis Kepleri astronomi opera omnia, 8 Vols. Frankfurt: Heyder & Zimmer.

Newton, I. (1687/1987). Philosophiae naturalis Principia Mathematica, Trad. esp. E. Rada García, Principios matemáticos de la filosofía natural, 2 vol. Madrid: Alianza Editorial.

Olesko, K. (1991). Physics as a Calling. Ithaca and London: Cornell University Press.

Pickering, M. (1993-2009). Auguste Comte. An Intellectual Biography. Cambridge: Cambridge UniversityPress.

Pickering, M. (2018). «The Legacy of Auguste Comte», en Bourdeau et al., pp. 250-305.

Schmaus, W. (1982). «The Concept of Analysis in Comte's Philosophy of Mathematics». Philosophy Research Archives, 8, pp. 205-222.

Schmaus, W. (2018). «Comte's General Philosophy of Science», en Bourdeau et al., pp. 27-56.

Schmaus, W. (2020). «From Positivism to Conventionalism: Comte, Renouvier, and Poincaré», Studies in History and Philosophy of Science, 80, pp. 102-109.

Uribe Villegas, O. (1957). «En Torno a la Filosofía de la Matemática en Auguste Comte y a sus Posibles Aplicaciones en la Ciencia Social de Hoy», Revista Mexicana de Sociología, 19 (3), pp. 823-239.

Universidade de Lisboa /Universidad de Sevilla
blancaluqlin@hotmail.com

BLANCA LUQUE

Universidad de Sevilla
mdepaz3@us.es

MARÍA DE PAZ

[Artículo aprobado para publicación en marzo de 2021]