

## **2 Evolución de la medición del riesgo financiero en los últimos 40 años: una panorámica con especial mención en la banca**

Evolution of financial risk measurement over the last 40 years: the special case  
for the banking industry. A survey

---

**MARÍA CORONADO VACA**

*Universidad Pontificia Comillas (mcoronado@icade.comillas.edu)*

**SUSANA CARABIAS LÓPEZ**

*Universidad Pontificia Comillas (scarabias@icade.comillas.edu)*

---

### **Sumario:**

#### **I. Introducción**

#### **II. Evolución histórica de las medidas del riesgo financiero en banca hasta la actualidad: 3 grandes enfoques**

##### **1. Medidas basadas en el enfoque media-varianza**

###### **1.1. Medidas de dispersión**

###### **1.2. Sensibilidades**

##### **2. El Value-at-Risk (VaR)**

###### **2.1. Value-at-Risk (VaR)**

###### **2.2. Limitaciones y críticas al VaR**

###### **2.3. Los test de estrés (stress testing)**

##### **3. Medidas basadas en el VaR y más allá del VaR**

###### **3.1. Medidas coherentes del riesgo**

###### **A. Expected Shortfall (ES) o Tail VaR**

###### **B. Críticas y limitaciones del ES**

###### **C. Otras medidas coherentes del riesgo**

- 3.2. Medidas convexas del riesgo
- 3.3. Medidas espectrales del riesgo
- 3.4. Medidas del riesgo basadas en distorsiones (distortion risk measures)
- 3.5. Expectiles

### III. Conclusiones

#### Bibliografía

**Resumen:** El objetivo de este artículo es ofrecer una panorámica de la evolución de la medición y gestión del riesgo financiero en los últimos 40 años, con especial mención a la banca. Tras una etapa basada en los principios de la *Modern Portfolio Theory* (MPT), hace 25 años se produce una revolución con la introducción del Value-at-Risk (VaR). Desde entonces, la introducción de nuevas medidas cuantitativas, con complejidad matemática creciente, no se ha detenido, en una interacción continua entre académicos, profesionales y reguladores, como respuesta a las sucesivas crisis financieras y bancarias. Entre ellas, destacan las medidas coherentes del riesgo (concretamente el Expected Shortfall), espectrales y basadas en expectiles. Se concluye que el VaR y el Expected Shortfall (ES) continúan siendo, a pesar de sus limitaciones, las dos medidas más utilizadas tanto desde el punto de vista interno de los bancos, como por parte del regulador y supervisor de su solvencia. Finalmente, se plantean algunas de las líneas de investigación en este campo que tratan de abordar los retos en el futuro de la medición del riesgo financiero en banca.

**Palabras clave:** Value-at-Risk (VaR); Expected Shortfall (Tail VaR); medidas coherentes del riesgo; medidas espectrales del riesgo; expectiles; Comité de Basilea de Supervisión Bancaria.

**Abstract:** The aim of this paper is to offer an overview, a survey of the evolution of financial risk measurement and management over the last 40 years, with special mention to banking. After a period based on the principles of the Modern Portfolio Theory (MPT), the introduction of Value-at-Risk (VaR) 25 years ago implied a great revolution. Since then, the introduction of new quantitative measures, with increasing mathematical complexity, has not stopped, in a continuous interaction between academics, professionals and regulators, in response to successive financial and banking crises. Among these, three risk measures stand out: coherent risk measures (specifically the Expected Shortfall), spectral risk measures and based on expectiles. We conclude that VaR and Expected Shortfall (ES) continue to be, despite their limitations, the two most used measures both from the internal point of view of the banks, as well as by the regulator and supervisor of their solvency. Finally, some of the open research lines in this field that address the challenges in the future of measuring financial risk in banking are presented.

**Keywords:** Value-at-Risk; Expected Shortfall; Tail VaR; Coherent risk measures; Spectral risk measures; Expectiles; Basle Committee on Banking Supervision.

**Fecha de recepción:** 08/08/2018

**Fecha de aceptación:** 19/10/2018

## I. INTRODUCCIÓN

Tratar de sintetizar en pocas páginas la evolución de las medidas del riesgo financiero en banca en los últimos 40 años resulta tarea arriesgada (permítasenos el juego de palabras), sobre todo teniendo en cuenta la magnitud exponencial de dicha evolución en los últimos 25 años (desde la introducción del VaR en 1993 hasta la actualidad) frente a los 40 años anteriores (desde la Teoría Moderna de Carteras, MPT, iniciada en 1952 hasta la introducción del VaR). Hasta el punto de que la medición y gestión de riesgos financieros ha llegado a convertirse en los últimos 25 años en una disciplina concreta (*quantitative risk management*<sup>1</sup>), con una continua interacción entre

la investigación académica y la práctica profesional y regulatoria, que sigue abierta a día de hoy.

Asumimos en esta tarea algunos «riesgos» (limitaciones): a) no poder tratar (ni profundizar en) todas ellas por razones obvias de espacio; b) no poder abarcar todas las entidades financieras: entidades de crédito y ahorro (ECAs), empresas de seguros, fondos de pensiones, *hedge funds*, banca de inversión, gestoras, etc.; c) ni especificar las grandes áreas clásicas en las que se aplican dichas medidas: cobertura, valoración de activos y selección de carteras, entre otras<sup>2)</sup>.

Por ello, nuestro objetivo es ofrecer una panorámica, con los hitos más relevantes, centrándonos en la banca<sup>3)</sup> (que en muchos casos engloba al resto de entidades financieras mencionadas y siempre realiza las grandes áreas clásicas mencionadas), tanto desde el punto de vista de medidas internas, como de medidas regulatorias<sup>4)</sup> para la supervisión de su solvencia. De entre los principales riesgos financieros existentes en banca: de mercado, de crédito, operacional, de liquidez, etc.; destacamos el riesgo de mercado<sup>5)</sup> (cartera de negociación<sup>6)</sup> por ser ahí donde surge el VaR hace 25 años, extendiéndose después su aplicación al resto de riesgos (CreditVaR, OperationalVaR, etc.<sup>7)</sup> y por ser ahí donde surgió la MPT y convergen las grandes áreas clásicas de cobertura, valoración y selección de carteras. No abarcamos el ALM (*Asset Liability Management*) con sus medidas clásicas: análisis del gap; gap de duración, long-term VaR, etc. para la gestión del riesgo de la cartera de inversión<sup>8)</sup> (riesgo de liquidez estructural, riesgo de tipo de interés estructural<sup>9)</sup>, etc.).

El caso especial de la medición y gestión de riesgos en banca no sólo es importante en sí mismo, sino que las técnicas de medición y gestión de riesgos en banca han tenido una importancia crucial en el ámbito más amplio de la gestión del riesgo financiero.

El artículo se estructura en tres grandes secciones, contando esta introducción:

En la sección segunda, realizamos una panorámica de las tres grandes etapas en la evolución histórica de la medición cuantitativa del riesgo financiero en banca en los últimos 40 años, haciendo hincapié en los desarrollos más modernos: una primera etapa hasta hace 25 años, dominada por el enfoque media-varianza (MPT) con las medidas clásicas de dispersión y sensibilidades. La segunda etapa que se inicia hace 25 años con el surgimiento del VaR en 1993<sup>10)</sup>. Y una tercera etapa, en la que se intenta mejorar el VaR o minimizar sus limitaciones tanto teóricas como prácticas, cuya primera y gran aportación es la de Artzner et al. (1997 y 1999) y sus medidas coherentes del riesgo (entre ellas el VaR condicionado, Tail VaR o Expected Shortfall<sup>11)</sup>), etapa cuyo desarrollo no ha finalizado todavía, apareciendo otros enfoques, todos ellos con un complejo desarrollo matemático<sup>12)</sup>: medidas convexas del riesgo, Range-Value-at-Risk (RVaR), medidas basadas en distorsiones, medidas espectrales, basadas en expectiles, etc. En esta etapa actual, quedan abiertos algunos temas que suponen nuevos retos en el futuro de la medición del riesgo financiero en la banca y que requieren de más investigación futura, y como tal, los iremos apuntando y destacando sus aportaciones más recientes. Además, esta evolución tiene su desarrollo paralelo a nivel regulatorio, de modo que vamos indicando si las medidas son o no regulatorias y desde cuándo.

El artículo finaliza con la sección tercera, de conclusiones.

## II. EVOLUCIÓN HISTÓRICA DE LAS MEDIDAS DEL RIESGO FINANCIERO EN BANCA HASTA LA ACTUALIDAD: 3 GRANDES ENFOQUES

Se pueden establecer tres grandes enfoques en la evolución histórica de la medición cuantitativa del riesgo financiero en banca en los últimos 40 años: 1) medidas basadas en el enfoque media-varianza, 2) el VaR y 3) medidas basadas en el VaR y más allá del VaR. Y en cada uno de ellos se produjo un hito que ha sido determinante y ha supuesto una auténtica revolución en la práctica de la medición y gestión del riesgo financiero: 1) en el primer enfoque, la Modern Portfolio Theory (MPT) de Markowitz (1952), 2) en el segundo enfoque, la aparición del VaR, 3) y en el tercer enfoque, el establecimiento por parte de Artzner, Delbaen, Eber y Heath, (1997 y 1999) del conjunto de axiomas que se debe exigir a cualquier medida del riesgo para que pueda ser

considerada una medida coherente, hasta el punto de poder decir que gracias a ellos se puede establecer como disciplina o ciencia específica, la de la medición y gestión de riesgos financieros. Aun exponiendo los tres enfoques, nos vamos a detener más en los desarrollos más modernos, es decir los enfoques 2 y 3, por ser el primero el más conocido (si bien para este primer enfoque también destacamos las aportaciones más recientes, muy interesantes).

## 1. MEDIDAS BASADAS EN EL ENFOQUE MEDIA-VARIANZA

Desde la Modern Portfolio Theory (MPT) que inicia Markowitz<sup>13)</sup> (1952) y hasta hace 25 años en que irrumpió<sup>14)</sup> el VaR como medida del riesgo de mercado en banca, las medidas clásicas del riesgo financiero eran las de dispersión y las sensibilidades.

### 1.1. Medidas de dispersión

Markowitz analiza las decisiones de cartera midiendo el riesgo en términos de la media y la varianza de la distribución de probabilidad de los rendimientos del activo o la cartera. Su planteamiento estaría justificado si la distribución de probabilidad del rendimiento dependiera únicamente de estos dos parámetros, como ocurre con la distribución normal o lognormal<sup>15)</sup>, o bien cuando cumpliera este requisito la función de utilidad. Una de sus aportaciones clave es que la medida en que un activo individual contribuye al riesgo de la cartera no es la desviación típica de los rendimientos de dicho activo, sino que depende de la correlación o covarianza de sus rendimientos con los rendimientos de los otros activos de la cartera. El establecimiento de hipótesis sobre este modelo que permiten construir un modelo de equilibrio, lleva a su discípulo Sharpe y otros autores al modelo CAPM, que se obtiene de los trabajos de Sharpe (1964), Lintner (1965) y Mossin (1966). Surge el concepto de riesgo sistemático (medido a través de la beta del activo o cartera), como único relevante para la valoración de activos, frente al riesgo específico o único (diversificable). El riesgo financiero seguía midiéndose, pues, con varianzas<sup>16)</sup>.

Pero la desviación típica (o la varianza) ya no serían medidas apropiadas del riesgo en distribuciones de probabilidad de los rendimientos que presenten colas pesadas<sup>17)</sup>, asimetrías, etc. (lo que ocurre en la vida real, tal y como la literatura empírica sobre los rendimientos de los activos financieros se ha encargado de demostrar ampliamente<sup>18)</sup>). Además, la desviación típica como medida del riesgo ha sido criticada en dos aspectos fundamentalmente: a) el hecho de que se da el mismo tratamiento a las desviaciones positivas y negativas; b) en muchas ocasiones resulta inadecuada respecto a la teoría de la utilidad esperada, (lo que entronca con el tema de la dominación estocástica<sup>19)</sup>). Para solventar este tema, ya desde 1959 se plantearon medidas alternativas de dispersión<sup>20)</sup> (como la desviación absoluta, la semidesviación absoluta, la semidesviación estándar, la medida de entropía, el coeficiente de Gini, las medidas de Fishburn  $\alpha$ -t entre otras), cuya investigación continúa en la actualidad, muy relacionada, como decimos, con el área de la dominación estocástica<sup>21)</sup>.

Por otro lado, en el análisis crítico de la desviación típica como medida del riesgo, destaca la afirmación de Baumol (1963, p. 174): «*Investment with a relatively high standard deviation will be relatively safe if its expected value is sufficiently high*»; ya que identifica la media menos k veces la desviación típica como el «nivel de confianza» subjetivo para el riesgo tomado por el individuo. Y esta medida del riesgo que él propone, es comparable<sup>22)</sup> con el VaR (estimado bajo la hipótesis de normalidad<sup>23)</sup> o t-student), medida del riesgo que analizamos en el segundo enfoque (apartado 2).

### 1.2. Sensibilidades

Otras medidas clásicas del riesgo de mercado (y que continúan usándose en la actualidad) son las sensibilidades: como la beta para renta variable<sup>24)</sup>, duración<sup>25)</sup> para renta fija<sup>26)</sup> o las griegas (delta, gamma, vega, theta y rho) para las opciones<sup>27)</sup>. Su limitación radica en que facilitan únicamente una aproximación lineal (o a lo sumo cuadrática, como la gamma o la duración corregida por convexidad) de la variación del valor del activo ante los cambios en una variable

cuyo valor se determina en el mercado. Además, para medir el riesgo de mercado conjunto de una cartera formada por activos de distintas categorías como los descritos, no se pueden sumar sus respectivas sensibilidades.

## 2. EL VALUE-AT-RISK (VAR)

El Value-at-Risk, VaR, frente a las sensibilidades, sí proporciona una medida agregada del riesgo de mercado de una cartera formada por títulos de distintos tipos<sup>28)</sup>. Más aún, el VaR permite obtener una medida integradora del riesgo financiero total<sup>29)</sup>, incluyendo en una sola cifra los distintos riesgos que lo conforman (mercado, crédito, operacional, etc.). El VaR se adoptó por los profesionales de los mercados financieros como una forma de medir y comparar riesgos a lo largo y ancho de muy diferentes mercados e instituciones<sup>30)</sup>.

En los inicios de la década de los 90, en el contexto de una creciente globalización de los mercados y de una mayor internacionalización de las economías, conocer con profundidad el impacto que los cambios en las condiciones de los mercados tienen en la solvencia de las entidades bancarias adquirió cada vez mayor relevancia. Es importante tanto para los propios bancos, como para los reguladores y supervisores de su solvencia que tratan de evitar el contagio de las posibles crisis individuales a todo el sistema financiero, tratando de evitar pues el denominado riesgo sistémico. Otros factores característicos de dicha década que también propiciaron la aparición y rápida aceptación de nuevas medidas del riesgo de mercado (entre ellas el VaR) fueron: a) un aumento de la volatilidad en el entorno financiero, b) el proceso creciente de titulización, c) el desarrollo en las tecnologías de la información, d) la innovación financiera y el crecimiento espectacular de los productos derivados tanto en volumen de negociación como en complejidad y e) los desastres financieros de aquella época, como por ejemplo los casos: Barings, Daiwa, Sumitomo, Metallgesellschaft, Orange County, Long Term Capital Management (LTCM), etc., donde el elemento común en todas estas crisis, además de la intervención en todos ellos de los productos derivados, fue la existencia de unos sistemas muy pobres de medición, gestión y control del riesgo de mercado<sup>31)</sup>. La adopción del VaR como medida del riesgo de mercado, no se produjo sólo a efectos internos de los bancos, sino que, como ya hemos apuntado, en 1996 el VaR se introdujo como medida regulatoria por parte del supervisor bancario (BCBS 1996) y ya nunca ha dejado de exigirse<sup>32)</sup> (a pesar de sus limitaciones y críticas<sup>33)</sup>).

### 2.1. Value-at-Risk (VaR)

El VaR es la máxima pérdida esperada en el valor de mercado de un activo o de una cartera, para un período de tiempo determinado y con un nivel de confianza (o con un nivel de probabilidad) concreto.

El VaR da respuesta a la siguiente pregunta: ¿Cuánto puedo perder como máximo, con un x% de probabilidad, durante un período de tiempo y? Por ejemplo, el gestor-decisor de una cartera podría afirmar que el VaR semanal (y) es de 20 millones de euros con un 99% de probabilidad (x); lo cual quiere decir que durante la próxima semana, sólo hay un 1% de probabilidad de que la pérdida sea superior a esos 20 millones de euros<sup>34)</sup>.

Conceptualmente, de acuerdo con la definición establecida<sup>35)</sup>, estimar un VaR significa simplemente estimar un percentil<sup>36)</sup> y las diferentes metodologías de estimación del VaR, en realidad son las técnicas clásicas estadísticas de estimación de percentiles<sup>37)</sup>, pero que en los últimos 25 años han experimentado una «resurrección» y desarrollo en el contexto del VaR y otras medidas del riesgo financiero, basadas en el VaR y más allá del VaR.

Pero, en realidad, si bien el concepto del VaR es muy sencillo, su implantación práctica no lo es tanto<sup>38)</sup>, ya que requiere la estimación práctica de la distribución de probabilidad de los rendimientos futuros de los activos/carteras. Dado que el VaR mide el umbral de las pérdidas que sólo se superaría con una probabilidad razonablemente pequeña, al estimar el VaR, es especialmente relevante la probabilidad de sucesos que no se presentan habitualmente, esto es,

nos interesa conocer las colas de la distribución de probabilidad. Por esta razón, dado que la distribución normal no capta de manera adecuada la presencia de colas pesadas<sup>39)</sup> la tendencia en la estimación del VaR ha sido la de buscar distribuciones de probabilidad alternativas. En la identificación de distribuciones de probabilidad para la estimación del VaR, pueden distinguirse fundamentalmente dos enfoques. El primero de ellos trataría de modelizar todos los rendimientos para identificar el percentil que define el VaR. El segundo enfoque se centraría en modelizar únicamente los rendimientos extremos<sup>40)</sup>. Para ambos enfoques existen diversas metodologías de estimación del VaR, cada una con sus ventajas e inconvenientes, derivados ambos de las hipótesis subyacentes<sup>41)</sup> a dichas metodologías. Por razones obvias no podemos exponer, ni siquiera mencionar, todas las distintas metodologías de estimación del VaR<sup>42)</sup> que se han desarrollado hasta la actualidad, ni tampoco la gran cantidad de estudios que las comparan. Para ello, remitimos tanto a Coronado (1999, 2001a y 2001b), para una clasificación, descripción y revisión de los trabajos teóricos y empíricos de los primeros inicios, como a Abad, Benito and López (2014) que amplían dicha revisión incluyendo las nuevas versiones de las metodologías desarrolladas en los últimos años, constituyendo una de las revisiones más completas y actualizadas sobre ambos aspectos.

Dependiendo de la metodología utilizada, los resultados de la aplicación de la misma, es decir, las estimaciones del VaR obtenidas aplicando cada metodología, son distintas, más o menos fiables y precisas. Los distintos procedimientos para analizar la validez y precisión de la metodología o modelo de VaR utilizado es lo que se denomina *backtesting* (comprobación de si la magnitud y la frecuencia de las pérdidas son superiores a lo predicho por los modelos)<sup>43)</sup>. Es de interés, tanto el propio banco a nivel interno, como para el supervisor antes de autorizar el uso de los modelos internos del banco. No podemos detenernos en el análisis de los diferentes métodos o test de validación del VaR. Para ello remitimos a Coronado (1999)<sup>44)</sup>, para una descripción y revisión de los modelos pioneros de *backtesting* del VaR (tres de los cuales en realidad se han convertido en referente y se siguen utilizando en la actualidad<sup>45)</sup>) y a Abad et al. (2014), quienes amplían esta revisión.

La sencillez del concepto del VaR, unido a que se expresa en unidades monetarias, permite su comprensión por parte de todos. El VaR, como medida del riesgo de mercado, es válido y común para todo tipo de activos financieros e instituciones, permitiendo la comparabilidad directa de sus riesgos y facilitando su agregación (con matices que en seguida expondremos). Además, frente a la desviación típica<sup>46)</sup> y la MPT, también es válido en entornos no gaussianos por lo que permite tener en cuenta, entre otros, el fenómeno de las colas pesadas.

Pero el VaR también tiene limitaciones y ya a los pocos años de su aparición, comenzó a recibir críticas, que pasamos a comentar.

## 2.2. Limitaciones y críticas al VaR

Dos son las principales críticas al VaR como medida del riesgo financiero: a) por un lado, como ya hemos destacado en el apartado 2.1.<sup>47)</sup>, el VaR no informa acerca de la magnitud de la pérdida en el caso de que ésta sea superior al VaR; b) y por otro lado, como expondremos en el apartado 3.1., el VaR no es una medida coherente del riesgo al no cumplir el axioma de subaditividad<sup>48)</sup>, tal y como demostraron Artzner et al. (1997, 1999). Esta no subaditividad<sup>49)</sup> del VaR, significa que se pueden dar casos en los que, contrariamente a la idea clásica de diversificación<sup>50)</sup>, el VaR total de la cartera es superior a la suma de los VaRs de sus respectivos componentes o subcarteras.

Como veremos en el apartado 2.1., ambos problemas se solventan con otra medida alternativa del riesgo, el ES, que sí es coherente y sí informa sobre la pérdida más allá del VaR, pues mide precisamente la pérdida esperada en el caso de que ésta sea superior al VaR<sup>51)</sup>.

Yamai y Yoshiba (2002a, b, c y d) fueron los primeros reguladores (pertenecían al Banco de Japón) que empezaron a tener en cuenta el gran problema del VaR, su no subaditividad, y comenzaron a compararlo con el ES, como medidas regulatorias.



Algunos autores, como por ejemplo Daniélsson et al. (2001) o Basak y Shapiro (2001), muestran cómo el VaR tiene efectos potencialmente desestabilizadores para la economía.

Muy recientemente, Daniélsson y Zhou (2017), consideran que el mayor inconveniente del VaR no es su no subaditividad (que ellos consideran no relevante pues demuestran en artículos anteriores que sí es subaditivo en la mayoría de los casos); sino que la mayor desventaja del VaR frente al ES es su mayor facilidad para ser manipulado sin incurrir en incumplimientos regulatorios, y lo demuestran en su estudio, que es realmente interesante.

Pero, además, hay que destacar una limitación del VaR (aunque no es exclusiva de esta medida, sino que afecta a otras medidas del riesgo, entre ellas el ES). El objetivo principal del VaR como medida del riesgo es cuantificar las pérdidas potenciales bajo «condiciones normales» de mercado, donde «normal» viene definido por el nivel de confianza (nivel dentro del 95-99%, que es el intervalo que habitualmente determina las condiciones normales de mercado). En principio, a medida que se incrementa el nivel de confianza, se van estimando progresivamente pérdidas cada vez más grandes, pero menos probables. Pero puede ocurrir que ni siquiera estimando el VaR para percentiles extremos, se logren predecir pérdidas derivadas de casos extremos de crisis. Esto ocurrirá siempre que los datos usados como base para la estimación del VaR<sup>52)</sup> (ya sea incluso mediante la EVT o ya sea con otras metodologías clásicas), estén basados en la historia reciente, puesto que entonces no capturan esos escenarios extremos que sólo se dan cada muchos años<sup>53)</sup>. Por ello es necesario calcular, además del VaR, las posibles pérdidas que se podrían derivar de la exposición de la entidad al riesgo bajo situaciones poco frecuentes o extremas, pero posibles. Es lo que se denomina análisis de situaciones extremas, análisis de escenarios de crisis o, en terminología anglosajona *stress testing*<sup>54)</sup>. Es decir, el VaR (y no sólo el VaR, sino también otras medidas del riesgo de mercado, por ejemplo el ES) se debe complementar siempre con otra medida adicional del riesgo: el denominado *stress testing*, que también constituye una medida regulatoria del riesgo de mercado en banca (fue exigida al mismo tiempo que el VaR (BCBS, 1996<sup>55)</sup>); y que exponemos en el apartado 2.3 a continuación. Hasta el punto de que, en Basilea 2.5 (BCBS 2009a) pasa a llamársele *stressed VaR* en el caso concreto del riesgo de mercado y se exige adicionar al VaR, el *stressed VaR*, (además del *stress testing* general para otros riesgos y para el banco en su conjunto).

### 2.3. Los test de estrés (*stress testing*)

Mientras el VaR proporciona la máxima pérdida con un nivel de probabilidad determinado, bajo condiciones normales, el análisis de escenarios de crisis trata de calcular la posible pérdida bajo situaciones poco frecuentes o extremas. El resultado del *stress testing* es una estimación de la pérdida que sufriría una entidad o una cartera si un escenario o una situación concreta se produjese. Responde a la pregunta ¿qué ocurriría si...? Realmente, la mayor dificultad del *stress testing* reside precisamente en cómo establecer esas situaciones extremas; es decir identificar cuáles son los escenarios de crisis apropiados a analizar<sup>56)</sup>. En principio, las dos opciones más claras son, por un lado, las situaciones extremas o crisis que ya hayan ocurrido en el pasado (históricas) y por otro, imaginar situaciones que podrían producirse en el futuro (hipotéticas). También se proponen híbridos entre los dos anteriores. O incluso, el método contrario, el denominado *reverse stress testing* (se parte de suponer una pérdida extrema concreta y se exploran las condiciones y escenarios que provocarían dicha pérdida) que ya recomienda el regulador tras la crisis de 2007-2008, BCBS (2009a), en su recomendación 18.

Como decíamos, desde Basilea 2.5, BCBS (2009b) la aplicación del *stress testing* en el caso específico del riesgo de mercado, pasa a concretarse en el *stressed VaR*. Basilea 2.5 exige al banco calcular dos VaRs: uno, el habitual (basado en los datos históricos más recientes) y otro, el *stressed VaR* (estimado a partir de escenarios extremos de crisis). Ambas medidas de VaR se combinan para calcular el capital regulatorio exigido por riesgo de mercado. En Basilea III, desde el primer documento consultivo del FRTB (BCBS, 2012), al introducir el paso del VaR al ES como gran novedad regulatoria, se exige también el cálculo del *stressed ES*, cuyo cálculo se simplifica en el segundo documento consultivo (BCBS 2013) y ya se mantiene en el documento definitivo que marca los estándares de requisitos mínimos de capital por riesgo de mercado

BCBS (2016). En el documento más reciente, el consultivo de marzo de 2018 sobre revisiones del de 2016, que ya se conoce como Basilea IV, BCBS (2018b) Anexo D, p. 31, al establecer el principio 6 del apéndice adicional propuesto al documento de 2016, establece cómo deben ser los datos usados para calcular el *stressed ES*.

A pesar de la enorme importancia del *stress testing*, un análisis profundo de este tema excede en gran medida el objetivo de este artículo, máxime cuando en los últimos años, a raíz de Basilea III ha resurgido con gran fuerza su investigación, con aportaciones actuales muy importantes tanto a nivel teórico como empírico y con un gran campo de estudio abierto para futuras líneas de investigación. Incluso el propio regulador ha lanzado un documento consultivo en diciembre de 2017 (BCBS 2017b) para sustituir sus principios establecidos en 2009 (BCBS 2009a), donde reconoce este hecho (p. 5): «*The Basel Committee on Banking Supervision has released a consultative document on stress testing principles in which it proposes to replace the existing principles published in May 2009. The existing principles were designed to address key weaknesses in stress testing practices that were highlighted by the global financial crisis. Since then, the role of stress testing has rapidly evolved and grown in importance in many jurisdictions. Stress testing is now a critical element of risk management for banks and a core tool for banking supervisors and macroprudential authorities. The increasing importance of stress testing, combined with a significant range of approaches adopted by supervisory authorities and banks, highlights the continued need for a set of principles to govern stress testing frameworks. These factors also suggest that the principles themselves should be stated at a sufficiently high level to avoid impeding innovation in this rapidly evolving area.*».

Pasamos, pues, a abordar el tercer enfoque en la medición del riesgo de mercado en banca a través de medidas basadas en el VaR (como el ES) y más allá del VaR.

### 3. MEDIDAS BASADAS EN EL VAR Y MÁS ALLÁ DEL VAR

#### 3.1. Medidas coherentes del riesgo

El tercer paradigma en la medición del riesgo surge con la definición formal de riesgo que se da en Artzner et al. (1999), trabajo seminal de la teoría de las medidas coherentes del riesgo que supone un auténtico hito en la evolución de la medición del riesgo financiero, similar a la MPT y al VaR. De hecho, desde su aparición, el desarrollo de la teoría de las medidas coherentes del riesgo<sup>57)</sup> ha ido paralelo al del debate sobre si el VaR debiera abandonarse y cómo, en cuanto medida del riesgo financiero por parte de los gestores de riesgo en la práctica y como medida regulatoria. En los trabajos seminales de Artzner et al. (1997, 1999), el concepto de riesgo de una posición se formaliza como una variable aleatoria que mide el valor futuro de dicha posición. El nivel de riesgo asumido vendría medido por el coste mínimo de la cobertura necesaria, suponiendo una gestión prudente de los activos que cubren la posición inicial. Dicha cobertura no ha de ser perfecta, sino la que lleve a una posición global aceptable, donde el conjunto aceptable vendrá definido por el agente relevante en cada situación (el regulador, un gestor o, incluso la empresa responsable de la liquidación de la posición inicial). Aunque es posible definir distintos conjuntos de riesgos aceptables, siempre deben cumplir determinados requisitos formales; por ejemplo, incluirán todas las posiciones que nunca tienen un valor final negativo y no incluirán ninguna posición que lleve siempre a valores negativos.

Para que las medidas de riesgo definidas en este modo sean coherentes con el concepto de riesgo, Artzner et al. (1999) plantean la necesidad de que verifiquen cuatro axiomas:

**Axioma de invarianza a la traslación.** Implica que, al sumar cierta cuantía contante a una posición, su nivel de riesgo queda reducido en dicha cuantía. Este axioma garantiza que el nivel de riesgo de las posiciones que ya se encuentran en el conjunto aceptable tome valor nulo.

**Axioma de homogeneidad positivo.** De acuerdo con él, un cambio de dimensión en la posición genera un cambio proporcional en el nivel de riesgo. Para que sea razonable, es necesario vigilar los posibles efectos sobre la liquidez del cambio de dimensión en la definición inicial de los



resultados de la posición.

Axioma de monotonía. Indica que, si una posición genera, en cualquier caso, resultados inferiores a una segunda posición, la primera tendrá un nivel de riesgo inferior.

Axioma de subaditividad. De acuerdo con este axioma, dados dos riesgos (posiciones o carteras), si se obtienen sus medidas de riesgo, su suma no puede ser inferior a la medida del riesgo de la posición global que surge al combinar dichos riesgos (posiciones). La unión de las dos carteras no puede generar riesgo adicional.

Las medidas de riesgo que se han venido utilizando en las etapas iniciales no verifican los axiomas establecidos en Artzner et al. (1999). Concretamente, como ya se ha indicado, el VaR no verifica el axioma de subaditividad<sup>58)</sup>, lo que parece indicar que no mide correctamente la agregación de riesgos al no considerar el comportamiento de la cola de la distribución de pérdidas. Como consecuencia, gestionar de acuerdo con el VaR puede generar un problema si se ofrece la información desagregada y el riesgo reflejado es inferior al que se derivaría de dar la información conjunta.

### A. *Expected Shortfall (ES) o Tail VaR*

Entre las distintas medidas de riesgo que verifican los axiomas de coherencia de Artzner et al. (1999), la primera en establecerse<sup>59)</sup>, la más relevante y la única que se ha convertido en regulatoria, es la denominada<sup>60)</sup> Pérdida Esperada (en la cola) o VaR Condicional (en la cola), en inglés, Expected Shortfall (ES), Expected Tail Loss, o Tail VaR; que surge entre los años 1999 y 2002<sup>61)</sup> y el regulador bancario la adopta en sustitución del VaR en 2012<sup>62)</sup>. Se define como la esperanza matemática de la pérdida por encima de un determinado nivel de confianza. Esto es, proporciona la pérdida media, superado el umbral del VaR con el nivel de confianza dado. Por tanto, el ES solventa los dos inconvenientes del VaR que ya apuntábamos: sobre su no subaditividad y por tanto no coherencia (crítica) y sobre que no informa sobre las pérdidas más allá del VaR (limitación conceptual). El ES sí informa sobre el tamaño de las pérdidas más allá del VaR y sí es coherente. Y como está basada en el enfoque del VaR, los usuarios se sienten cómodos con ella. Además, Rockafeller y Uryasev (2000) muestran que la optimización de carteras es más sencilla con el ES que con el VaR, porque el ES es convexo mientras que el VaR no lo es.

Al igual que ocurría con el VaR, existen diferentes metodologías<sup>63)</sup> de estimación del ES, que, por razones de espacio, no podemos analizar. Nadarajah, Zhang y Chan (2014) realizan la única revisión hasta el momento (hasta donde nosotros sabemos) sobre los métodos de estimación del ES, con especial énfasis en los desarrollos más modernos. Es muy completa y los clasifica entre métodos paramétricos, no paramétricos y semiparamétricos. Pero hay nuevas aportaciones desde entonces, algunas muy recientes, como Dimitriadis y Bayer (2017) y Pitera y Schmidt (2018). Esta línea de investigación permanece abierta, en la actualidad, avivada desde que Gneiting (2011)<sup>64)</sup> probó la no elicibilidad<sup>65)</sup> del ES, como veremos inmediatamente después en las limitaciones del ES (apartado 3.1.B); lo que ha llevado no sólo a la investigación reciente sobre los métodos de *backtesting* del ES, sino, como decimos, directamente a nuevas metodologías de estimación del ES o incluso de estimación conjunta del VaR y ES<sup>66)</sup>.

Pero, aunque el ES solventa los dos inconvenientes principales del VaR, también tiene limitaciones y recibe críticas como medida del riesgo financiero.

Desde la aparición del ES como medida del riesgo de mercado en banca, el número de estudios que lo comparan con el VaR<sup>67)</sup> (en aspectos tan variados como la estimación, agregación, diversificación, optimización, robustez, comportamiento en los extremos, *backtesting*, etc.) es inabarcable en ningún artículo<sup>68)</sup>. Por ello, para obtener una revisión panorámica actual de la comparación de ambas medidas del riesgo financiero sobre estos aspectos, remitimos a Embrechts Puccetti, Rüschendorf, Wang y Beleraj (2014), Emmer, Kratz y Tasche (2015) y a las referencias citadas en ellos. Dependiendo de qué aspecto concreto se compare, resulta preferible una medida u otra, aunque, en términos generales, la primacía es para el ES. Salvo que el ES no

es elicitable y el VaR sí lo es<sup>69)</sup>.

## B. Críticas y limitaciones del ES

La mayor crítica del ES como medida de riesgo es su no elicitabilidad, propiedad matemática clave para los procesos de *backtesting*. Para enunciar la propiedad de elicitabilidad es necesario definir previamente el concepto función de *scoring*. Una función de *scoring* facilita una valoración del coste<sup>70)</sup> de una afirmación sobre una variable aleatoria. Para que dicha función proporcione una valoración acorde al objetivo, debe cumplir unos requisitos técnicos que darán a la función el carácter de función de *scoring* adecuada. Gneiting (2011) y Ziegel (2016)<sup>71)</sup> establecieron que una medida de riesgo es elicitable si puede definirse como el minimizador de la esperanza de una función *scoring* adecuada. El concepto se ilustrará, a continuación, con algunos ejemplos.

El ejemplo más sencillo se encuentra en la afirmación de que la esperanza matemática<sup>72)</sup> de una variable aleatoria toma un valor determinado. En este caso, la función de *scoring* adecuada es el denominado error cuadrático medio, que se define como el valor esperado de la diferencia al cuadrado entre la esperanza matemática y cada valor de la variable aleatoria<sup>73)</sup>. Es posible calcular el error cuadrático medio de una variable aleatoria respecto de un valor cualquiera y podría interpretarse como la distancia media de dicho punto a los valores que toma la variable, pero el menor error cuadrático medio se consigue cuando el valor elegido es la esperanza matemática. Este valor mínimo del error cuadrático medio es la varianza de la variable aleatoria. Dado que la esperanza minimiza la función de *scoring* error cuadrático medio, se dice que la esperanza es elicitable y, con distancia cuadrática, es el valor más representativo de la distribución de probabilidad.

Un segundo ejemplo se encuentra en la afirmación de que un percentil determinado de la distribución de probabilidad de la variable toma un valor concreto. Esta afirmación también es elicitable. Un caso particular sería la mediana de la distribución de probabilidad, cuya función de *scoring* adecuada es la esperanza de la distancia, medida por la diferencia la mediana y cada valor de la variable aleatoria, tomada en valor absoluto<sup>74)</sup>. La mediana minimiza esta función de *scoring*, por lo que, de acuerdo con esta manera de medir, la mediana es elicitable y es el valor más representativo de la distribución de probabilidad.

Otro caso particular sería el VaR, que también resulta ser elicitable respecto de la función de *scoring* definida sobre una distancia medida en valor absoluto.<sup>75)</sup>

La propiedad de elicitabilidad permite definir el estadístico que medirá la distancia entre la predicción y las observaciones reales en un ejercicio de regresión o un proceso de *backtesting*, por lo que su utilidad estadística puede resumirse en dos ventajas importantes: a) la capacidad de comparar diferentes métodos estadísticos utilizando la función *scoring* y, por lo tanto, dar sentido a los procedimientos de *backtesting*; b) la capacidad de realizar predicciones y estimaciones por regresiones basadas en la media.

Puede demostrarse que el ES no es elicitable, lo que ha generado un amplio debate sobre si este hecho de su no elicitabilidad supone o no la dificultad para realizar los procesos de *backtesting*. En efecto, desde que Gneiting (2011) probó la no elicitabilidad del ES, esto se venía identificando en la literatura con la dificultad para realizar la *validación* del ES<sup>76)</sup>, pero Acerbi y Szekely (2014) mantienen que ambos aspectos no tienen nada que ver. Afirman que la no elicitabilidad tiene que ver con la selección del modelo o metodología de estimación, pero no con el *backtesting* del modelo, por lo que la propiedad de elicitabilidad es casi irrelevante para la elección regulatoria de una medida u otra (ES o VaR). De hecho, ellos proponen además tres metodologías<sup>77)</sup> de validación del ES.

No sólo el ES no es elicitable, sino que Ziegel (2016) extiende esta limitación a todas<sup>78)</sup> las medidas espectrales del riesgo (que analizamos en el apartado 3.3). Pero, por otro lado, Fissler y Ziegel (2016) demuestran que el ES sí es conjuntamente elicitable con el VaR, y analizan las implicaciones para el *backtesting*. Por ello, como solución parcial a la no elicitabilidad del ES, se

viene investigando en la estimación conjunta de ambas medidas, ES y VaR, como Fissler y Ziegel (2016), Patton, Ziegel y Chen (2017) o Dimitriadis y Bayer (2017), línea que continúa abierta en la actualidad. Más en concreto, el tema de la aplicación y elección de función *scoring* para la estimación conjunta del VaR y ES, facilitando el *backtesting* del ES, es una línea abierta en la actualidad, pues es algo que sigue siendo difícil y embarazoso en la práctica: Ziegel, Krüger, Jordan y Fasciati (2017).

Otra solución a la no elicibilidad del ES (y en general de todas las medidas espectrales del riesgo) puede venir de la mano de los expectiles, medidas de riesgo que analizamos en el apartado 3.5., que sí son coherentes y a la vez elicibles<sup>79</sup>.

De este modo, dos líneas abiertas de investigación en la actualidad son tanto los expectiles como el *backtesting* del ES, ambas a su vez interrelacionadas. Si bien la investigación sobre los expectiles como medidas del riesgo se encuentra en una fase embrionaria (y la analizamos en el apartado 3.5), la línea de investigación sobre el *backtesting* del ES (y no solo del ES, sino de las medidas espectrales en general) es una de las más numerosas en la actualidad. Gneiting (2011) exponía<sup>80</sup> cómo la no elicibilidad del ES (que él identificaba con la dificultad para hacer el *backtesting* del ES) podía ser una de las razones que explicase la falta de estudios sobre *backtesting* del ES hasta ese momento<sup>81</sup>, en comparación con la abundantísima cantidad de investigación y estudios, tanto teóricos como empíricos, sobre *backtesting* del VaR. Pues bien, desde hace cuatro años que Acerbi y Szekely (2014) expusieron la no relación entre ambos aspectos, esa línea de investigación se ha disparado y continúa abierta. Desde entonces, los avances relevantes más recientes en cuanto a elicibilidad, estimación y *backtesting* de las medidas de riesgo provienen de Costanzino y Curran (2015), Righi y Ceretta (2015), Emmer et al. (2015), Ziegel (2016), Fissler y Ziegel (2016), Fissler et al. (2016), Kou y Peng (2016), Davis (2016), Nolde y Ziegel (2017), Du y Escanciano (2017), Moldenhauer y Pitera (2018), Costanzino y Curran (2018), Chen (2018), Kratz, Lok y Mcneil (2018), Bayer y Dimitriadis (2018). Este último trabajo propone dos nuevos backtests para el ES, que resultan ser los primeros en la literatura que sólo validan el ES, al necesitar sólo como inputs, estimaciones de parámetros del ES, frente a los tests ya existentes de *backtesting* del ES que requieren de más estimaciones como el VaR, la volatilidad o incluso la distribución completa de la cola.

Otra crítica al ES, relacionada a su vez con el *backtesting*, es su falta de robustez (o menor robustez) frente al VaR, planteada<sup>82</sup> por Cont, Deguest y Scandolo (2010). Muestran, a nivel teórico, que existe un conflicto entre la coherencia (más concretamente, la subaditividad) de las medidas de riesgo y la robustez de sus estimaciones desde un punto de vista estadístico. Concretamente, a nivel empírico, obtienen que el VaR estimado por simulación histórica, aunque no es subaditivo, proporciona estimaciones más robustas que el ES. Además, proponen una nueva familia de medidas de riesgo que sí son robustas: las Range-Value-at-Risk (RVaR), familia de medidas de dos parámetros que generalizan las de un parámetro (VaR y ES). Pero Cambou y Filipovick (2013) obtienen justo la conclusión contraria: El ES sí es robusto y el VaR no lo es, evidenciando la necesidad de mayor investigación en esta línea. Desde Cont et al. (2010), la investigación sobre la robustez de las medidas de riesgo la continúan Kou, Peng & Heyde (2013)<sup>83</sup>, Krätschmer, Schied y Zähle, (2014); Bellini, Bernhard, Müller y Rosazza (2014)<sup>84</sup>, Embrechts, Wang & Wang (2015) y Burzoni, Peri y Ruffo (2017).

Finalmente, el tema de la agregación de riesgos en banca (mercado, crédito y operacional, entre otros) y la validez del ES<sup>85</sup> para tal fin, ha sido objeto de abundante literatura en la última década y, a día de hoy, permanece como uno de los retos en los que es necesaria más investigación futura. Remitimos a Raupach (2015), Brockmann y Kalkbrener (2010), Embrechts et al. (2015) y a Yoshida (2016).

### C. Otras medidas coherentes del riesgo

Además de las limitaciones del ES, hay que decir que no es la única medida coherente del riesgo, como se encarga de recordar Wang (2002)<sup>86</sup>. En efecto, a partir del trabajo seminal de Artzner et al. (1997, 1999) que marca un auténtico hito en la gestión del riesgo después del hito inmediato

anterior del surgimiento del VaR, se inicia toda una ingente cantidad de investigaciones en varias líneas, que dan lugar a un desarrollo de nuevas familias de medidas del riesgo financiero, que pasamos a exponer.

### 3.2. Medidas convexas del riesgo

Föllmer y Schied (2002) constatan cómo, en algunas ocasiones, al aumentar el tamaño de una determinada posición, su riesgo no aumenta de forma lineal y ponen el ejemplo del riesgo añadido de liquidez al multiplicar en gran medida el tamaño de determinadas posiciones. Por ello proponen<sup>87)</sup> relajar los axiomas 2 (de homogeneidad positivo) y 4 (de subaditividad) de Artzner et al. (1999) (véase apartado 3.1) y los sustituyen por una propiedad nueva, menos «exigente», de convexidad. La propiedad de convexidad significa que la diversificación no aumenta el riesgo, es decir, que el riesgo de una posición diversificada siempre será menor o igual que la media ponderada de los riesgos individuales. De este modo, define las medidas convexas del riesgo como aquellas que satisfacen las propiedades 1 (de invariancia a la traslación) y 3 (de monotonía) de Artzner et al. (1999) junto con la de convexidad. De nuevo, el VaR no satisfaría las propiedades para ser una medida convexa del riesgo y sí lo haría el ES.

### 3.3. Medidas espectrales del riesgo

Tanto el VaR como el ES pueden expresarse a partir de las denominadas funciones espectrales<sup>88)</sup>. Funciones que suponen el punto de partida hacia una nueva familia de medidas del riesgo financiero: las medidas espectrales del riesgo. En efecto, numerosos autores han investigado (y continúan haciéndolo) la posibilidad de definir medidas más generales del riesgo, generadas mediante funciones espectrales y que a su vez sean coherentes. Kusuoka (2001), Acerbi y Tasche (2002) y Acerbi (2002) fueron los primeros en establecer las condiciones necesarias y suficientes para que dichas medidas espectrales sean coherentes (demuestran que una medida basada en una función espectral es coherente siempre y cuando la función espectral cumpla tres propiedades: a) no negatividad, b) normalización y c) siendo la tercera, la crítica: la función espectral debe ser no decreciente. Y también demuestran que todas las medidas coherentes que además cumplan otros dos axiomas (el de *law invariance*<sup>89)</sup> y el de aditividad comonótona<sup>90)</sup>) son medidas espectrales<sup>91)</sup>. Con ello, abrieron la puerta a todo un abanico de medidas coherentes del riesgo que reciben el nombre genérico de medidas espectrales. Las medidas espectrales, en concreto el ES, han acabado adoptándose en la práctica profesional del riesgo de mercado en banca y también, como ya hemos dicho para el caso concreto del ES, como medida regulatoria en 2012<sup>92)</sup>; pero las limitaciones del ES, hacen que las medidas espectrales (como extensión natural del ES) se planteen como posibles alternativas al ES en el marco regulatorio<sup>93)</sup>. Por ello, un tema que continúa siendo objeto de abundante investigación académica, es el de las ventajas para los bancos (y reguladores) de aplicar medidas espectrales «personalizadas» o hechas a medida<sup>94)</sup>, por cada banco, en vez de aplicar todos la misma, el ES.

Brandtner (2018) apunta otra propiedad relevante de las medidas espectrales del riesgo: son consistentes con la dominación estocástica de segundo orden.

Recuérdese que Ziegel (2016) extiende la crítica de no elicibilidad a todas<sup>95)</sup> las medias espectrales del riesgo Y también apunta como inconvenientes de las medidas espectrales, la falta de robustez que algunos autores, como Cont et al. (2010) o Kou et al. (2013) achacaban al ES y que ya comentamos al final del apartado 3.1.B .

Una de las posibles soluciones frente a la no elicibilidad de las medidas espectrales son los expectiles; que abordamos en el apartado 3.5. y que constituye la línea más reciente y actual de investigación sobre nuevas medidas del riesgo financiero, con la que finalizaremos nuestro recorrido histórico. Pero antes de abordar esta última familia de medidas de riesgo, no podemos dejar de hacer una mención, aunque sea breve, a las medidas del riesgo basadas en distorsiones.

### 3.4. Medidas del riesgo basadas en distorsiones (*distortion risk measures*)<sup>96)</sup>

Las medidas del riesgo basadas en distorsiones, propuestas por Wang (1996) en el ámbito actuarial, están muy relacionadas con las medidas coherentes<sup>97)</sup> y con las medidas espectrales. De hecho, al igual que las medidas coherentes del riesgo, las medidas del riesgo basadas en distorsiones cumplen las propiedades de homogeneidad positiva y de invarianza a la traslación. Y, al igual que las medidas espectrales del riesgo, las medidas basadas en distorsiones, cumplen la propiedad de aditividad monótona. Balbás, Garrido y Mayoral (2009) analizan las propiedades de las medidas distorsionadas, en el ámbito financiero. En los últimos años hemos visto su aplicación en el ámbito de la selección de carteras, como Feng y Tau (2012); e incluso Krätschmer et al. (2014) establecen un índice de calidad de la robustez de las medidas basadas en distorsiones. Belles-Sampera, Guillén y Santolino (2014) proponen una nueva familia de medidas de riesgo basadas en distorsiones a las que denominan Glue-VaR. Guégan y Hassani (2015) proponen una nueva medida distorsionada del riesgo extendiendo el trabajo de Wang (2000). Una propuesta muy reciente e interesante es la de El Methni y Stupfler (2017) que construyen versiones extremas de las medidas de riesgo basadas en distorsiones de Wang y las estiman para distribuciones con colas pesadas.

### 3.5. Expectiles

Dado que el VaR no es coherente (no es subaditivo) aunque sí elicitable, y que el ES (y en general todas las medidas espectrales<sup>98)</sup>) son coherentes, pero no elicitable, la pregunta inmediata que se han hecho algunos autores es: ¿existe alguna medida que sea coherente y a la vez elicitable? Y la respuesta, afirmativa, la proporcionan los expectiles, que fueron introducidos por primera vez por Newey y Powell (1987) y fueron considerados como medida del riesgo por vez primera por Kuan, Yeh y Hsu (2009)<sup>99)</sup>.

Los expectiles son medidas de riesgo coherentes correspondientes a una familia de un sólo parámetro que surgen como una alternativa a los cuantiles<sup>100)</sup>. A diferencia de los cuantiles, los expectiles se basan en una información más completa ya que dependen de las dos colas de la distribución de pérdidas y ganancias de los rendimientos de los activos. Gneiting (2011), al mismo tiempo que demostraba que el ES es no elicitable, demostraba que los expectiles sí lo son. Como afirma Ziegel (2016), p. 3, «*La elicitabilidad de los expectiles es un simple corolario a partir de su definición. Los expectiles son las únicas medidas coherentes elicitable*». Además, aunque los expectiles no cumplen la robustez débil, sí cumplen la robustez de Wasserstein, como prueban Bellini et al. (2014). Otra de las ventajas del uso de expectiles es la mayor eficiencia computacional de la regresión de mínimos cuadrados asimétricos (ALS) frente la regresión cuantílica, como concluyen Daouia, Girard y Stupfler (2018).

El mayor inconveniente que se atribuye a los expectiles es su difícil interpretación para su uso como medida de riesgo (Bellini y di Bernardino 2017, p. 489). Ya los propios Newey y Powell (1987), p. 826, admitían que los expectiles son más difíciles de interpretar que los cuantiles. Como dicen Waltrup Sobotka, Kneib, y Kauermann (2015), p. 434, mientras que los cuantiles son justo la inversa de la función de distribución, los expectiles carecen de una interpretación intuitiva. Emmer et al. (2015) afirman que, además, los expectiles no cumplen la propiedad de aditividad comonótona, lo que implica que al ser aplicados pueden fallar a la hora de detectar concentraciones de riesgo debido a dependencias no lineales.

Otros trabajos relevantes recientes sobre expectiles como medida del riesgo financiero y relacionados con el *backtesting* son: Bellini y Bigozzi (2015) y Nolde y Ziegel (2017). Chen (2018) es el mejor y más completo *review* hasta el momento.

La investigación acerca de los expectiles como medida del riesgo está aún en fase embrionaria. Chen (2018, p. 23), concluye que: «*The progression from value-at-risk to expected shortfall may lead eventually to the inclusion of expectiles in Basel's measure of market risk. Meanwhile, debate will assuredly continue*».



Hemos realizado, de manera sintética, un análisis panorámico de los hitos más relevantes en la evolución de las medidas del riesgo financiero en banca (con especial atención al riesgo de mercado) en los últimos 40 años; en la que destaca la magnitud exponencial de dicha evolución en los últimos 25 años (desde la introducción del VaR en 1993 hasta la actualidad) frente a los 40 años anteriores (desde la Teoría Moderna de Carteras, MPT, iniciada en 1952 hasta la introducción del VaR). La medición y gestión de riesgos financieros ha llegado a convertirse en los últimos 25 años en una disciplina concreta (*quantitative risk management*), con una continua interacción entre la investigación académica y la práctica profesional y regulatoria, que sigue abierta a día de hoy.

Haciendo hincapié en los desarrollos más actuales, proporcionamos una panorámica de las tres grandes etapas en la evolución histórica de la medición cuantitativa del riesgo financiero en banca en los últimos 40 años, una primera etapa hasta hace 25 años, dominada por el enfoque media-varianza (MPT) con las medidas clásicas de dispersión y sensibilidades. La segunda etapa que se inicia hace 25 años con el surgimiento del VaR en 1993. Y una tercera etapa, en la que se intenta mejorar el VaR o minimizar sus limitaciones tanto teóricas como prácticas, cuya primera y gran aportación es la de Artzner et al. (1997 y 1999) y sus medidas coherentes del riesgo (entre ellas el Tail VaR o Expected Shortfall), etapa cuyo desarrollo no ha finalizado todavía, apareciendo otros enfoques, de complejidad matemática creciente: medidas convexas del riesgo, Range-Value-at-Risk (RVaR), medidas basadas en distorsiones, medidas espectrales, medidas basadas en expectiles, etc. Para todas ellas analizamos sus ventajas e inconvenientes. Además, esta evolución tiene su desarrollo paralelo a nivel regulatorio, de modo que hemos ido indicando si las medidas son o no regulatorias y desde cuándo. En una interacción continua entre académicos, profesionales y reguladores, como respuesta a las sucesivas crisis financieras y bancarias de los últimos 40 años, se ha alentado, condicionado y determinado la investigación, aparición, y adopción en la práctica y en ocasiones por el regulador, de unas medidas de riesgo concretas frente a otras. Concluimos que el VaR y el Expected Shortfall (ES) continúan siendo, a pesar de sus limitaciones, las dos medidas más utilizadas en la actualidad tanto desde el punto de vista interno de los bancos (gestión), como por parte del regulador y supervisor de su solvencia.

Destacamos que los dos hitos más importantes desde la MPT, y a su misma altura, son el surgimiento del VaR y el establecimiento, por Artzner et al., de los axiomas que debe cumplir cualquier medida del riesgo financiero para poder ser considerada medida coherente (hasta el punto de poder decir que gracias a ellos es cuando se puede establecer como disciplina o ciencia específica, la de la medición y gestión de riesgos financieros). Y en un esfuerzo máximo de síntesis sobre las medidas del riesgo financiero desde la aparición del VaR podemos decir que: el VaR no es coherente (por no ser subaditivo) aunque sí es elicitable; el ES (y la extensión general del ES: las medidas espectrales) sí son coherentes, pero no son elicitables; los expectiles son tanto coherentes como elicitables, pero de difícil interpretación.

Esta evolución histórica (incluida la crisis financiera de 2007-2008, hace 10 años) nos muestra cómo el tema de la medición del riesgo financiero en banca no ha perdido nada de relevancia, al contrario, muestra la necesidad de un conocimiento más profundo de los modelos utilizados y sus limitaciones y la necesidad de seguir investigando en este campo.

Por eso, además de la panorámica con los hitos más relevantes hemos señalado algunas de las líneas de investigación que permanecen abiertas con aportaciones actuales muy importantes tanto a nivel teórico como empírico y con un gran campo de estudio abierto para futuros trabajos de investigación. Hemos destacado cinco en concreto: 1) Tanto la relacionada con los expectiles como medida del riesgo de mercado, 2) como la relativa al *backtesting* del ES, ambas a su vez interrelacionadas entre sí y como forma de solventar la no elicitabilidad del ES (y de las medidas espectrales en general). Si bien la investigación sobre los expectiles como medidas del riesgo se encuentra en una fase embrionaria, la línea de investigación sobre el *backtesting* del ES (y no solo del ES, sino de las medidas espectrales en general) es una de las más numerosas en la actualidad. 3) Otra línea abierta, también tendente a solucionar la no elicitabilidad del ES (y en general de las medidas espectrales) es la estimación conjunta de las dos medidas más importantes, ES y VaR. 4) Una línea abierta, en la que se evidencia la necesidad de mayor

investigación, relacionada a su vez con el *backtesting*, es la relativa a la robustez de las medidas del riesgo financiero. 5) Finalmente, el tema de la agregación de riesgos en banca (mercado, crédito y operacional, entre otros) y la validez para tal fin del ES (y en general de todas las medidas del riesgo financiero), permanece a día de hoy, como uno de los retos en los que es necesaria más investigación futura.

Por supuesto, no podemos dejar de mencionar, como otra línea de investigación actual en la medición del riesgo financiero en banca, la que constituye el tema de *big data* y *machine learning*, que por un lado ayuda a medir y modelizar los riesgos ya existentes (de momento sobre todo el de crédito) pero a su vez introduce nuevos riesgos (incluidos ciberseguridad) que se pueden englobar en el riesgo operacional.

Queremos concluir recomendando vivamente la lectura del artículo, nada técnico, de Embrechts (2017) «A Darwinian view on internal models», con motivo del 20 aniversario del Journal of Risk, en el que plantea reflexiones muy interesantes para el futuro de los modelos internos de medición de riesgos en banca y seguros, con quien coincidimos plenamente. Este autor es un resumen vivo de la historia en los últimos 25 años desde la aparición del VaR, en cuyos inicios también nosotros tuvimos la suerte de estar, cogiendo el inicio de la ola y adquiriendo entonces una perspectiva histórica de incalculable valor.

## BIBLIOGRAFÍA

- Abad, P., Benito, S. y López, C. (2014). A comprehensive review of Value at Risk methodologies. *Spanish Review of Financial Economics*, 12(1), 15-32.
- Acerbi, C. (2002). Spectral measures of risk: a coherent representation of subjective risk aversion. *Journal of Banking and Finance*, 26 (7), 1505-1518.
- Acerbi, C., y Szekely, B. (2014). Backtesting Expected Shortfall. Introducing three model-independent, non-parametric back-test methodologies for Expected Shortfall. MSCI (December). Geneva.
- Acerbi, C., y Tasche, D. (2002a). On the coherence of expected shortfall. *Journal of Banking and Finance*, 26 (7), 1487-1503.
- Acerbi, C., y Tasche, D. (2002b). Expected Shortfall: A natural coherent alternative to Value at Risk. *Economic Notes*. Banca Monte dei Paschi di Siena SpA, 31 (2), 379-388.
- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J. M. y Heath, D. (1999). Coherent measures of risk. *Mathematical Finance*, 9 (3), 203-228.
- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J. M. y Heath, D. (1997). Thinking coherently. *Risk*, 10 (11), 68-71.
- Balbás, A. (2007). Mathematical methods in modern risk measurement: A survey. *Revista Real Academia de Ciencias, Serie A. Matemáticas*, 101 (2), 205-219.
- Balbás, A. y Ibáñez, A. (1998). When can you immunize a bond portfolio? *Journal of Banking and Finance*, 22 (12), 1571-1595.
- Balbás, A., Ibáñez, A. y López, S. (2002). Dispersion measures as risk immunization measures. *Journal of Banking and Finance*, 26 (6), 1229-1244.
- Balbás, A., Garrido, J. y Mayoral, S. (2009). Properties of distortion risk measures. *Methodology and Computing in Applied Probability*, 11 (9), 385-399.
- Basak, S. y Saphiro, A. (2001). Value-at-Risk based management: Optimal policies and asset prices. *The Review of Financial Studies*, 14 (2), 371-405.

- Basle Committee on Banking Supervision (BCBS) (2018a). *Frequently asked questions on market risk capital requirements*. Basle, (March).
- Basle Committee on Banking Supervision (BCBS) (2018b). *Revisions to the minimum capital requirements for market risk*. Consultative Document. Basle, (March).
- Basle Committee on Banking Supervision (BCBS) (2017a). *Basel III: Finalising post-crisis reforms*. Basle, (December).
- Basle Committee on Banking Supervision (BCBS) (2017b). *Stress testing principles*. Consultative Document. Basle, (December).
- Basle Committee on Banking Supervision (BCBS) (2016). *Standards. Minimum capital requirements for Market Risk*. (January).
- Basle Committee on Banking Supervision (BCBS) (2013). *Fundamental review of the trading book: A revised market risk measure*. Consultative Document. Basle, (October).
- Basle Committee on Banking Supervision (BCBS) (2012). *Fundamental review of the trading book*. Consultative Document. (May).
- Basle Committee on Banking Supervision (BCBS) (2011a). *Basel III: A global regulatory framework for more resilient banks and banking systems*. Revised edition. Basle, (June).
- Basle Committee on Banking Supervision (BCBS) (2011b). Messages from the academic literature on risk measurement for the trading book. Basle Committee on Banking Supervision Working Paper N.º 19.
- Basle Committee on Banking Supervision (BCBS) (2009a). *Principles for sound stress testing practices and supervision*. (May).
- Basle Committee on Banking Supervision (BCBS) (2009b). *Revisions to the Basel II market risk framework*. Basle, (July).
- Basle Committee on Banking Supervision (BCBS) (1996). *Amendment to the Capital Accord to incorporate market risks*. (January).
- Basle Committee on Banking Supervision (BCBS) (1988). *International convergence of capital measurement and capital standards*. (July).
- Baumol, W. J. (1963). An expected gain confidence limit criterion for portfolio selection. *Management Science*, 10 (1), 174-182.
- Bayer, S. y Dimitriadis, T. (2018). Regression based Expected Shortfall backtesting. University of Konstanz, Department of Economics. arXiv:1801.
- Belles-Sampera, J. Guillén, M. y Santolino, M. (2014). Beyond Value-at-Risk: GlueVaR distortion risk measures. *Risk Analysis*, 34 (1), 121-134.
- Bellini, F. y Bignozzi, V. (2015). On elicitable risk measures. *Quantitative Finance*, 15 (5), 725-733.
- Bellini, F. y di Bernardino, E. (2017). Risk management with expectiles. *The European Journal of Finance*, 23 (6), 487-506.
- Bellini, F., Bernhard, K., Müller, A. y Gianin, E.R. (2014). Generalized quantiles as risk measures. *Insurance: Mathematics and Economics*, 54 (2), 41-48.
- Berkowitz, J. (2001). Testing density forecasts, with applications to risk management. *Journal of Business & Economic Statistics*, 19 (4), 465-474.

- Black, F. y Scholes, M., (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *The Journal of Political Economy*, 81 (3), 637-654.
- Brockmann, M. y Kalkbrener, M. (2010). On the aggregation of risk. *Journal of Risk*, 12 (3), 48-65.
- Burzoni, M., Peri, I. y Ruffo, C. M. (2017). On the properties of the Lambda Value at Risk: robustness, elicibility and consistency. *Quantitative Finance*, 17 (11). DOI: 10.1080/14697688017.1297535
- Carabias, S. (2000). *Análisis estocástico de los procesos de inversión*. Tesis Doctoral. Madrid: Universidad Complutense de Madrid.
- Carabias, S. (2003). Análisis estocástico de los procesos de inversión. [Icade: Revista de las Facultades de Derecho y Ciencias Económicas y Empresariales](#), 59, 311-324.
- Carabias, S., Gimeno, R. et al. (1999). Evolución del tratamiento matemático de los problemas dinámicos a lo largo del siglo XX. [Icade: Revista de las Facultades de Derecho y Ciencias Económicas y Empresariales](#), 47, 13-36.
- Chen, J. M. (2018). On exactitude in financial regulation: Value-at-Risk, expected shortfall, and expectiles. *Risks*, 6 (2), 61, 1-28.
- Christoffersen, P. (1996). Evaluating interval forecasts. *International Economic Review*, 39 (4), 59-96.
- Cont, R., Deguest, R. y Scandolo, G. (2010). Robustness and sensitivity analysis of risk measurement procedures. *Quantitative Finance*, 10 (6), 593-606.
- Coronado, M. (1999). *Predicción de crisis bancarias: El Value at Risk (VaR) como medida del riesgo de mercado*. Tesis Doctoral. Madrid: Universidad Pontificia Comillas.
- Coronado, M. (2001a). Comparing different methods for estimating VaR for actual non-linear portfolios: Empirical evidence. *Finance India Quarterly Research Journal*. 15 (2), 503-531.
- Coronado, M. (2001b). Aplicación de la Teoría de los Valores Extremos en la gestión de riesgos financieros: Posibilidades y limitaciones para el cálculo del Value-at-Risk. En *Matemática Financiera y Actuarial*, Vol. 1, (pp. 343-400). Bilbao: Servicio Editorial de la Universidad del País Vasco.
- Coronado, M. (2001c). VaR estimation under non-linearity and non-normality. En *Financial Markets, Risk Management and Corporate Governance*, Vol. 1, (pp. 148-182). Hammam-Sousse: CR Univers Multimedia Publications.
- Costanzino, N. y Curran, M. (2015). Backtesting general spectral risk measures with application to expected shortfall. *Journal of Risk Model Validation*, 9 (1), 21-31.
- Costanzino, N. y Curran, M. (2018). A simple traffic light approach to backtesting expected shortfall. *Risks*, 6 (2). <https://doi.org/10.3390/risks6010002>.
- Daniélsson, J. y Zhou, C. (2017). *Why risk is so hard to measure?* Systemic Risk Centre Discussion Paper 36 (February). London School of Economics.
- Daniélsson, J., Jorgensen, B. N., Samorodnitsky G., Sarmad, M. y de Vries, C. G. (2013). Fat tails, VaR and subadditivity. *Journal of Econometrics*, 172 (2), 283-291.
- Daniélsson, J., Embrechts, P., Goodhart, C., Keating, C., Muennich, F., Renault, O. y Shin, H. S. (2001). An Academic response to Basle II. Financial Markets Group (FGM) Special Paper N.º 130, London School of Economics.
- Daouia, A. Girard, S. y Stupfler, G. (2018). Estimation of tail risk based on extreme expectiles.

*Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 80, 263-292.

Davis, M. H. A. (2016). Verification of internal risk measure estimates. *Statistics and Risk Modeling*, 33 (3-4), 67-93.

Deprés, M., Villegas, R. y Ayora, J. (2017). *Manual de regulación bancaria en España*. Madrid: Ed. Funcas.

Dimitriadis, T. y Bayer, S. (2017). A joint quantile and Expected Shortfall regression framework. Working Paper University of Konstanz, Department of Economics (august).

Domar, E., y Musgrave, R. A. (1944). Proportional income taxation and risk taking, *Quarterly Journal of Economics*, 57(May), 388-422.

Donnelly, C. y Embrechts, P. (2010). The devil is in the tails: actuarial mathematics and the subprime mortgage crisis. *ASTIN Bulletin*, 40 (1), 1-33.

Dowd, K. (2005). *Measuring market risk*, 2<sup>nd</sup> edition. West Sussex: Wiley.

Dowd, K. (1998). *Beyond Value at Risk. The new science of risk management*. London: Wiley.

Dowd, K. y Blake, D. (2006). After VaR: The theory, estimation and insurance applications of quantile-based risk measures. *The Journal of Risk and Insurance*, 73 (2), 193-229.

Dowd, K., Cotter, J. y Sorwar, G. (2008). Spectral risk measures: Properties and limitations. *Journal of Financial Services Research*, 34 (1), 61-75.

Du, Z. y Escanciano, J. C. (2017). Backtesting Expected Shortfall: Accounting for Tail Risk. *Management Science*, 63 (4), 940-958.

El Methni, J. y Stupfler, G. (2017). Extreme versions of Wang risk measures and their estimation for heavy-tailed distributions. *Statistica Sinica*, 27 (2), 907-930.

Embrechts, P. (2017). A Darwinian view on internal models. *Journal of Risk*, 20 (1), 1-21.

Embrechts, P., Liu, H. y Wang, R. (2017). Quantile-based risk sharing. Working Paper RiskLab, Department of Mathematics, ETH Zurich, Forthcoming: *Operations Research*.

Embrechts, P. y Wang, R. (2015). Seven proofs for the subadditivity of Expected Shortfall. *Dependence Modeling*, 3 (1), 126-140.

Embrechts, P., Wang, B. y Wang, R. (2015). Aggregation-robustness and model uncertainty of regulatory risk measures. *Finance and Stochastics*, 19 (4), 763-790.

Embrechts, P. y Hofert, M. (2014). Statistics and quantitative risk management for banking and insurance. *Annual Review of Statistics and its Applications*, 1 (1), pp. 493-514.

Embrechts, P., Puccetti, G., Rüschendorf, L., Wang, R. y Beleraj, A. (2014). An academic response to Basle 3.5. *Risks*, 2 (1), 25-48.

Emmer, S., Kratz, M. y Tasche, D. (2015). What is the best risk measure in practice? A comparison of standard measures. *Journal of Risk*, 18 (2), 31-60.

Fama, E. (1965). The behavior of stock market prices. *Journal of Business*, 38, 34-105.

Feng, M. B. y Tan, K. S. (2012). Coherent distortion risk measures in portfolio selection. *Systems Engineering Procedia*, 4, 25-34.

Fishburn, P. C. (1977). Mean-risk analysis with risk associated with below-target returns. *American Economic Review*, 67 (2), 116-126.



- Fisher, L. y Weil, R. L. (1971). Coping with the risk of interest rate fluctuations: Returns to bondholders from naive and optimal strategies. *Journal of Business*, 44 (4), 408-431.
- Fissler, T. y Ziegel, J. F. (2016). Higher order elicibility and Osband's principle. *The Annals of Statistics*, 44 (4), 1680-1707.
- Fissler, T., Ziegel, J. F. y Gneiting, T. (2016). Expected Shortfall is jointly elicitable with Value at Risk. Implications for backtesting. *Risk*, 1, 58-61.
- Föllmer, P. C. y Schied (2002). Convex measures of risk and trading constraints. *Finance & Stochastics*, 6 (4), 429-447.
- Fong, H. G. y Vasicek, O. A., (1984). A risk minimizing strategy for portfolio immunization. *The Journal of Finance*, 39 (5), 1541-1546.
- Frittelli, M. y Rosazza, E. (2002). Putting order in risk measures. *Journal of Banking and Finance*, 26 (7), 1473-1486.
- Gneiting, T. (2011). Making and Evaluating Point Forecasts. *Journal of the American Statistical Association*, 106 (494), 746-762.
- Goodhart, C. (2011). *The Basle Committee on Banking Supervision. A history of the early years (1974-1997)*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Grootveld, H. y Hallerbach, W. (1999). Variance vs downside risk: Is there really that much difference? *European Journal of Operational Research*, 114 (2), 304-319.
- Guégan, D. y Hassani, B. (2015). Distortion risk measure or the transformation of unimodal distributions into multimodal functions. En Bensoussan A. et al. (Eds), *Future Perspectives in Risk Models and Finance*, (cap 2, pp.71-88). Cham: Springer.
- Harmantzis, F. C., Miao, L. y Chien, Y. (2006). Empirical study of value-at-risk and expected shortfall models with heavy tails. *The Journal of Risk Finance*, 7 (2), 117-135. DOI: 10.1108/15265940610648571
- Jorion, P. (2007). *Value at Risk. The new benchmark for managing financial risk*. 3<sup>rd</sup> edition. New York: McGraw-Hill.
- Jorion, P. (1997). *Value at Risk. The new benchmark for controlling derivatives risk*. Chicago: Irwin.
- Kaplanski, G. y Kroll, Y. (2002). VaR Risk measures versus traditional risk measures: An analysis and survey. *Journal of Risk*, 4 (3), 1-27.
- Kato, K. (2018). Asymptotic analysis for spectral risk measures parameterized by confidence level. *Journal of Mathematical Finance*, 8 (1), 197-226.
- Keçeci, N. F., Kuzmenko, V. y Uryasev, S. (2016). Portfolios dominating indices: Optimization with second-order stochastic dominance constraints vs. minimum and mean variance portfolios. *Journal of Risk and Financial Management*, 9 (4), 1-14.
- Kerkhof, J. y Melenberg, B. (2004). Backtesting for risk-based regulatory capital. *Journal of Banking and Finance*, 28 (8), 1845-1865.
- Konno, H. y Yamazaki, H. (1991). Mean absolute deviation portfolio optimization model and its application to Tokyo Stock Market. *Management Science*, 37 (5), 519-531.
- Kou, S. y Peng, X. (2016). On the measurement of economic tail risk. *Operations Research*, 64 (5), 1056-1072.

- Kou, S., Peng, X. y Heyde, C.C. (2013). External risk measures and Basel Accords. *Mathematics of Operations Research*, 38 (3), 393-417.
- Krätschmer, V., Schied, A. y Zähle, H. (2014). Comparative and qualitative robustness for law-invariant risk measures. *Finance and Stochastics*, 18 (2), 271-295.
- Kratz, M., Lok, Y. y Mcneil, A. (2018). Multinomial VaR backtests: A simple implicit approach to backtesting expected shortfall. *Journal of Banking and Finance*, 88 (3), 393-407.
- Kuan, C. Yeh, J. y Hsu, Y. (2009). Assessing value at risk with CARE, the Conditional Autoregressive Expectile models. *Journal of Econometrics*, 150 (2), 261-270.
- Lambert, N., Pennock, D. M. y Shoham, Y. (2008). Eliciting properties of probability distributions. Proceedings of the 9th ACM Conference on Electronic Commerce, 129-138. New York: ACM Press.
- Lintner (1965). The valuation of risky assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. *Review of Economics and Statistics* 47 (1), 13-37.
- Longerstay, J. et al. (1996). *RiskMetrics™. Technical Document*. Morgan Guaranty Trust Company, Fourth Edition, New York (December 17).
- Longin, F. M. (2001). Beyond the VaR. *The Journal of Derivatives*, 8 (4), 36-48.
- Longin, F. M. (2000): From Value at Risk to stress testing: The extreme value approach. *The Journal of Derivatives*, 24 (7), 1097-1130.
- Macaulay, F. R. (1938). *Some theoretical problems suggested by the movements of interest rates: Bond yields and stock prices in the United States since 1856*. New York: National Bureau of Economic Research.
- Mandelbrot, B. (1963). The variation of certain speculative prices. *Journal of Business*, 36, 394-419.
- Markowitz, H. M. (1952). Portfolio selection. *Journal of Finance*, 7 (1), 77-91.
- Markowitz, H. M. (1959). *Portfolio selection: Efficient diversification of investments*, 2<sup>nd</sup> edition. New York: John Wiley & Sons.
- McNeil, A. J. y Frey, R. (2000). Estimation of tail-related risk measures for heteroscedastic financial time series: an extreme value approach. *Journal of Empirical Finance*, 7 (3-4), 271-300.
- Moldenhauer, F. y Pitera, M. (2018). Backtesting Expected Shortfall: is it really that hard? (March). arXiv:1709.01337v2.
- Mossin, J. (1966). Equilibrium in a capital asset market. *Econometrica* 34 (4), 768-783.
- Nadarajah, S., Zhang, B. y Chan, S. (2014). Estimation methods for expected shortfall. *Quantitative Finance* 14 (2), 271-291.
- Newey, W. K. y Powell, J. L. (1987). Asymmetric least squares estimation and testing. *Econometrica*, 55 (4), 819-847.
- Nolde, N. y Ziegel, J. F. (2017). Elicitability and backtesting: Perspectives for banking regulation. *The Annals of Applied Statistics*, 11 (4), 1833-1874.
- Ogryczak, W. y Ruszczyński, A. (1999). From stochastic dominance to mean-risk models: Semideviations as risk measures. *European Journal of Operational Research*, 116 (1), 33-50.
- Ogryczak, W. y Ruszczyński, A. (2001). On consistency of stochastic dominance and mean semideviation models. *Mathematical Programming*, 89 (2), 217-232.

- Ogryczak, W. y Ruszczyński, A. (2002). Dual stochastic dominance and related mean risk models. *SIAM Journal of Optimization*, 13 (1), 60-78.
- Osband, K. H. (1985). *Providing incentives for better cost forecasting*. Tesis doctoral. University of California, Berkeley (December).
- Patton, A. J., Ziegel, J. F., y Chen, R. (2017). Dynamic semiparametric models for expected shortfall (and Value-at-Risk). ERID Working Paper N.º 250. Duke University. [arXiv:1707.05108 \[q-fin.EC\]](https://arxiv.org/abs/1707.05108).
- Pflug, G. (2000). Some remarks on the Value at Risk and the conditional Value at Risk. En Uryasev, S. (Ed.), *Probabilistic Constrained Optimization: Methodology and Applications* (pp. 272-281). Dordrecht: Kluwer.
- Pitera, M. y Schmidt, T. (2018). Unbiased estimation of risk. *Journal of Banking and Finance*, 91 (6), 133-145.
- Raupach, P. (2015). Calculating trading book capital: Is risk separation appropriate? Deutsche Bundesbank Discussion Paper 19/2015.
- Righi, M. B. y Ceretta, P. S. (2015). A comparison of Expected Shortfall estimation models. *Journal of Economics and Business*, 78 (3-4), 14-47.
- Rocco, M. (2011). *Extreme Value Theory for finance: A survey*. Banca d'Italia Occasional Paper N.º 99 (july).
- Rockafellar, R. T. et al. (2006). Generalized deviations in risk analysis. *Finance & Stochastics*, 10 (1), 51-74.
- Rockafellar, R. T. y Uryasev, S. (2000). Optimization of conditional Value-at-Risk. *Journal of Risk*, 2 (3), 21-41.
- Ruszczyński, A. y Shapiro, A., (2007). Optimization of convex risk functions. *Mathematics of Operations Research*, 31 (3), 433-452.
- Savage, L. (1971). Elicitation of personal probabilities and expectations. *Journal of the American Statistical Association*, 66 (336), 783-801.
- Sharpe, W. F. (1964). Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk. *The Journal of Finance* 19 (3), 425-442.
- Sy, W. (2006). On the coherence of VaR risk measures for Levy stable distributions. Working Paper Australian Prudential regulation Authority. <http://dx.doi.org/10139/ssrn674989>
- Taleb, N. N. (2015). *Silent risk. Lectures notes on probability*. Vol.1. Descartes Publishing.
- Taleb, N. N. (2014). Silent risk. Lectures on fat tails, (Anti)Fragility, and asymmetric exposures. *SSRN Electronic Journal*. 10139/ssrn392310.
- Taleb, N. N. (2007). *The Black Swan. The impact of the highly improbable*. New York: Random House, Inc.
- Triana, P. (2009). *Lecturing birds on flying, can mathematical theories destroy the financial markets?* Hoboken: Wiley.
- Uryasev, S. (2000). Conditional Value-at-Risk: Optimization algorithms and applications. *Financial Engineering News*, February, 1-5.
- Waltrup, L. S., Sobotka, F., Kneib, T. y Kauermann, G. (2015). Expectile and quantile regression—David and Goliath? *Statistical Modelling*, 15 (5), 433-56.

- Wang, S. S. (2002). A risk measure that goes beyond coherence. En Proceedings of 2002 AFIR (Actuarial Approach to Financial Risk), Cancún (México).
- Wang, S. S. (2000). A class of distortion operators for pricing financial and insurance risks. *Journal of Risk and Insurance*, 67(1), 15-36.
- Wang, S. S. (1996). Premium calculation by transforming the layer premium density. *ASTIN Bulletin* 26 (1), 71-92.
- Wang, S. S., Young, V. R. y Panjer, H. H. (1997). Axiomatic characterization of insurance prices. *Insurance: Mathematics and Economics*, 21 (2), 173-183.
- Weber, S. (2006). Distribution-invariant risk measures, information, and dynamic consistency. *Mathematical Finance*, 16 (2), 419-41.
- Wilmott, P. and Orrell, D. (2017). *The Money formula*. Dodgy finance, pseudo-science, and how mathematicians took over the markets. Chichester: Wiley & Sons.
- Wong, W. K. (2008). Backtesting trading risk of commercial banks using expected shortfall. *Journal of Banking and Finance*, 32 (7), 1404-1415.
- Yamai, Y. y Yoshiba, T. (2005). Value-at-Risk versus Expected Shortfall. A practical perspective. *Journal of Banking and Finance*, 29 (4), 997-1015.
- Yamai, Y. y Yoshiba, T. (2002a). [Comparative analyses of Expected Shortfall and Value-at-Risk \(3\): Their validity under market stress](#). *Monetary and Economic Studies*, Institute for Monetary and Economic Studies (IMES), Bank of Japan, 20(3), 181-237.
- Yamai, Y. y Yoshiba, T. (2002b). [Comparative analyses of Expected Shortfall and Value-at-Risk \(2\): Expected utility maximization and tail risk](#). *Monetary and Economic Studies*, Institute for Monetary and Economic Studies (IMES), Bank of Japan, 20 (2), 95-115.
- Yamai, Y. y Yoshiba, T. (2002c). [Comparative analyses of Expected Shortfall and Value-at-Risk: Their estimation error, decomposition and optimization](#). *Monetary and Economic Studies*, Institute for Monetary and Economic Studies (IMES), Bank of Japan, 20 (1), 87-121.
- Yamai, Y. y Yoshiba, T. (2002d). On the validity of Value-at-Risk: Comparative analyses with Expected Shortfall. *Monetary and Economic Studies*, Institute for Monetary and Economic Studies (IMES), Bank of Japan, 20 (1), 57-85.
- Yoshiba T. (2016). Risk aggregation with copula for banking industry. En Andersen R. et al. (eds.) *Applications + practical conceptualization + mathematics = fruitful innovation* (pp. 246-259). Tokyo: Springer.
- Ziegel, J. F. (2016). Coherence and elicibility. *Mathematical Finance*, 26 (4), 901-918.
- Ziegel, J. F.; Krüger, F.; Jordan, A. y Fasciati, F. (2017). Murphy diagrams: Forecast evaluation of Expected Shortfall. Discussion Paper Series, No. 632. University of Heidelberg, Department of Economics. DOI: <http://dx.doi.org/10.11588/heidok.00022950>

---

## FOOTNOTES

---

1

Embrechts y Hofert (2014) realizan una descripción histórica de este hecho muy completa e interesante.

---

Véase Carabias (2000) para este tercer aspecto concreto.

---

No abarcamos por razones de espacio el ámbito de seguros (y bancaseguros), con sus especificidades (riesgo actuarial y otros), cuya regulación viene determinada por Solvencia II. Una referencia completa, actualizada y específica en el ámbito actuarial del riesgo, se puede encontrar en Wüthrich (2016). Además, algunas de las referencias que incluimos, abarcan también, en mayor o menor medida el sector seguros, no sólo el bancario.

---

Al tratarse de la evolución en los últimos 40 años, se da además la coincidencia de que prácticamente coincide con la creación, a finales de 1974, del Comité de Basilea de Supervisión Bancaria (en adelante BCBS) por los gobernadores de los bancos centrales del Grupo de los Diez. Este Grupo de los Diez se creó en el año 1962 formado por Bélgica, Canadá, Estados Unidos, Francia, Holanda, Italia, Japón, Reino Unido, Alemania y Suecia. Suiza forma parte del G-10 desde 1964. Luxemburgo es miembro observador. En total, pues, doce países, aunque en ocasiones se siga denominando G-10 o G-11. España pertenece al Comité desde el 1 de febrero de 2001. En la actualidad, los miembros del BCBS (bancos centrales y otras autoridades supervisoras) son 45 de 25 jurisdicciones; pero el número de países que fue asumiendo sus propuestas sobre supervisión de los riesgos bancarios, conocidas habitualmente como Acuerdos de Capital de Basilea: Basilea I, II, III y IV, fue creciendo de forma continuada y en la actualidad son más de cien. Recuérdese que sus propuestas son recomendaciones que no tienen fuerza legal como tales, sino que cada jurisdicción las incorpora en su legislación de manera diversa y a diferentes ritmos (por ejemplo, la Unión Europea, que las incorpora a través de Directivas, ha seguido, en general, un ritmo más rápido que EE. UU.) Un análisis detallado de la «regulación» del BCBS sobre capital regulatorio y el tratamiento integral de su cálculo, ni siquiera sólo de las medidas cuantitativas del riesgo en sí mismas, escapa del objetivo de nuestro artículo al ser demasiado extenso su abordaje, pero sí iremos indicando si las medidas del riesgo de mercado que analicemos son o no regulatorias y desde cuándo. En una interacción continua entre académicos, profesionales y reguladores, como respuesta a las sucesivas crisis financieras y bancarias de los últimos 40 años, se ha alentado, condicionado y determinado la investigación, aparición, y adopción en la práctica y en ocasiones por el regulador, de unas medidas de riesgo concretas frente a otras. Por otro lado, remitimos a Goodhart (2011) para un estudio histórico de los primeros años del Comité (1974-1997).

---

En este artículo, definimos riesgo de mercado en banca como el riesgo de pérdida al que está expuesta la entidad como consecuencia de movimientos adversos en las variables de mercado (tipos de interés, tipos de cambio, precios de las acciones, de las *commodities*, volatilidad, etc.) que influyen en el precio de los activos financieros.

---



*Trading book*, en terminología anglosajona.

---

La clasificación de riesgos siempre entraña peligros de dejar fuera algunos de ellos o no considerar las interrelaciones entre ellos: se habla en ocasiones de riesgo de correlación, como entidad aparte, relacionado con los otros; o riesgo de concentración, legal, reputacional, etc. Además, los límites entre categorías a veces son difusos, como ocurre en algunos aspectos del riesgo de mercado y de crédito: por ejemplo, en el riesgo de pérdidas por valoración a precios de mercado de instrumentos derivados como consecuencia del deterioro de la solvencia de una contraparte (conocido como riesgo CVA-*Credit Value Adjustment* -) se ven implicados ambos riesgos. Durante la crisis financiera mundial de 2007-2008, este riesgo causó cuantiosas pérdidas a los bancos, en algunos casos mayores que las pérdidas derivadas de los propios impagos. Por ello, el regulador introdujo, ya desde los primeros documentos consultivos de Basilea III (Basle Committee on banking Supervision (BCBS) 2009b) que se conocen como Basilea 2.5, un requisito de capital para este riesgo, requisito que acaba de ser reformado en diciembre de 2017 y pospuesta su implantación hasta enero de 2022 (BCBS 2017a).

---

*Banking book* en terminología anglosajona.

---

Uno de los principales riesgos implicados en la crisis de las *Savings & Loans* (S&L) estadounidenses en la década de los 80.

---

El VaR aparece como medida del riesgo en 1993 tras su aprobación por el Grupo de los Treinta (G-30), que, como consecuencia de las grandes pérdidas en derivados en los primeros años de la década de los 90, emitió un informe (*Derivatives: Practices and Principles*, 1993), que se acabó convirtiendo en un documento histórico para la moderna gestión de riesgos.

---

En adelante, nos referiremos a él por su acrónimo ES.

---

No podemos ni siquiera esbozar el gran debate y las críticas hacia los denominados *quants* (entre los que nos incluimos) y hacia la excesiva complejidad matemática de algunas medidas del riesgo en banca, llegando a culparles de la última crisis de 2007-2008. Podría ser objeto de otro artículo completo. Sí

remitimos en este sentido a Taleb (1996, 2015, 2014 y 2007), Wilmott y Orrell (2017), Donnelly y Embrechts (2010), Triana (2009) y a Embrechts (2017). Nuestra postura es coincidente con la de este último autor, a quien también remitimos en las conclusiones por coincidir nuevamente con él en las reflexiones a futuro que plantea para los modelos internos de medición de riesgos en banca.

---

13

Premio Nobel de Economía en 1990 junto con William Sharpe y Merton Miller.

---

14

El VaR se acaba adoptando como medida del riesgo de mercado en banca gracias en gran parte a la publicación gratuita en internet por parte de J.P. Morgan, en octubre de 1994, de su famoso modelo RiskMetrics<sup>TM</sup> (puso a disposición pública no sólo su metodología sino también y sobre todo sus bases de datos). En 1996 el regulador bancario lo adopta como medida exigible del riesgo de mercado para calcular la ratio de capital, al autorizar los modelos internos de medición de los propios bancos, basados en dicha medida (BCBS 1996). Para un mayor desarrollo del surgimiento del VaR y los factores que propiciaron su aparición y rápida aceptación, véase Coronado (1999), capítulo 4, pp.171-188 y 249-264.

---

15

En realidad, tal como apunta Dowd (2005), p. 20, el enfoque media varianza no exige normalidad, sino que las distribuciones de rendimientos sean elípticas (más general que la normal).

---

16

La medición del riesgo sistemático con las betas de los activos, no se considera un cambio de paradigma. Al ser la beta de un activo el cociente entre la covarianza de los rendimientos de dicho activo con los de la cartera de mercado y la varianza de los rendimientos de la cartera de mercado, puede interpretarse como una proporción de la varianza.

---

17

*Fat tails, heavy tails* o colas gruesas.

---

18

Además de los estudios empíricos tradicionales que han confirmado lo ya demostrado por los trabajos pioneros de Mandelbrot (1963) y Fama (1965) sobre las características que presentan los rendimientos financieros (*fat tails* –leptocurtosis–; asimetría, *clusters* de volatilidad \_este último aspecto no lo abordamos en este artículo de forma intencionada\_), en Coronado (1999), pp. 401-437, se puede encontrar una revisión exhaustiva de los trabajos sobre este tema que, tras una síntesis crítica, destacan por su importancia. En dicha revisión se resaltan, además, de manera específica, aquellos estudios sobre colas pesadas que están aplicados directamente al VaR, ya que, como veremos en el apartado 2.1., el

problema de las *fat tails* afecta no sólo a la desviación típica sino también a otras medidas del riesgo, como el VaR y el ES. Harmantzis, Miao y Chien (2006) parten de nuestra revisión y la amplían hasta 2006. Como referencia más actual, remitimos a Peng y Qi (2017).

---

19

Kaplansky y Kroll (2002) realizan una revisión comparativa muy completa entre las medidas de dispersión y el VaR y el ES, muy relacionada a su vez con la dominación estocástica.

---

20

El propio Markowitz (1959) ya propone la semivarianza en vez de la desviación típica. En ese contexto, Konno y Yamazaki (1991) analizan la Bolsa de Tokyo utilizando la desviación absoluta o Grootveld y Hallerbach (1999) analizan el efecto de utilizar la semivarianza en lugar de la varianza. Pero la introducción de medidas alternativas de dispersión complica mucho, en la práctica, la selección de carteras.

---

21

Remitimos para ello a Ogryczak y Ruszczyński (1999, 2001 y 2002), Kaplansky y Kroll (2002). Un trabajo muy reciente que muestra esta permanencia en la investigación sobre la compatibilidad entre las medidas de dispersión (o enfoque media-varianza) y de dominación estocástica es Keçeci, Kuzmenko y Uryasev (2016).

---

22

Algunos autores, como Kaplansky y Kroll (2002, p.3) o Dowd (2005, p7), consideran que las raíces del VaR están en Baumol (1963).

---

23

En efecto, como podremos comprobar más adelante, bajo la hipótesis de normalidad, la relación entre la desviación típica, el VaR y el ES, es evidente.

---

24

Sharpe (1964).

---

25

Macaulay (1938), Fisher y Weil (1971).

---

Si bien en renta fija la sensibilidad (duración) es la medida del riesgo más ampliamente utilizada, también se han propuesto medidas de dispersión para inmunizar: partiendo del primer trabajo a este respecto de Fong y Vasicek (1984), Balbás y Ibáñez (1998) y Balbás, Ibáñez y López (2002) ampliaron de manera significativa su contribución teórica.

---

A partir de Black y Scholes (1973). Nobel de Economía en 1977.

---

Es una medida común que sirve para cualquier tipo de activo/instrumento financiero y se expresa en todos ellos, en la misma unidad (unidades monetarias, lo que hace además que esta medida sea fácilmente comprensible por cualquier usuario). Otra ventaja frente a las sensibilidades es que incorpora información sobre las probabilidades de los rendimientos futuros de dichos productos).

---

Matizamos ya, que este tema de la agregación de riesgos está estrechamente relacionado con la diversificación y con la falta de subaditividad del VaR que, al poco su aparición, y contra lo que se creía, fue demostrada por Artzner et al. (1997, 1999) como analizaremos más adelante (apartados 2. y 3.1). Pero no solo afecta al VaR, sino que también analizaremos la validez del ES para agregar riesgos en banca (véase apartado 3.1.B), pues, como dice Raupach (2015), en el tema de la agregación de riesgos, la no subaditividad del VaR no es importante, sino que él demuestra que las infraestimaciones son aún más pronunciadas al usar el ES a pesar de las ventajas de este último frente al VaR. Y es que, según este autor, el problema radica en el modo en que se modelizan los riesgos (es decir, las variables aleatorias), ya antes de asignarles una medida (ya sea el VaR o el ES).

---

Se dice que el origen de RiskMetrics™ se produce cuando Dennis Weatherstone, *chairman* de J. P. Morgan, pidió a sus subordinados que diariamente, a las 4:15 p.m., le proporcionaran un informe (*report*) de una sola página en el que se indicase el riesgo y las pérdidas potenciales para las siguientes 24 horas, de toda la cartera de negociación (*trading portfolio*) del banco. Para poder entregar dicho informe (el famoso «4:15 *report*») tuvieron que idear y desarrollar un sistema para medir el conjunto de los riesgos que presentaban las diferentes posiciones de negociación (*trading*), combinadas entre sí, incluso el riesgo general del banco. La medida utilizada fue el VaR. Véase Coronado (1999), capítulo 4, pp. 249-264.

---

No solamente se vio implicado el riesgo de mercado, sino también el operacional. Para un mayor detalle y análisis de dichas crisis remitimos a Coronado (1999), capítulo 4, pp. 265-364.

---

A lo largo del artículo, de forma paralela vamos anotando someramente los hitos más importantes en el recorrido regulatorio de las medidas del riesgo de mercado en banca (VaR, ES, *stress testing*, *stressed VaR*, etc.) desde entonces hasta la actualidad, 2018, en lo que se conoce como el FRTB (*Fundamental Review of the Trading Book*), término acuñado en BCBS (2012). Como ya hemos indicado, escapa del objetivo de este artículo un análisis más detallado de este recorrido regulatorio del tratamiento de los requisitos de capital regulatorio por riesgo de mercado en banca, que constituiría, por sí mismo, el objeto de otro trabajo.

---

Véase el apartado 2.2 de esta sección II. para un resumen de las principales limitaciones y críticas del VaR.

---

O, dicho de otro modo, ese VaR semanal al 99%, de 20 millones de euros, es la cantidad mínima que podría perder con un 1% de probabilidad. Ese VaR al 99% no es la cantidad que podría perder con un 1% de probabilidad. Obsérvese ya, por tanto, que el VaR no informa de la magnitud de la pérdida en ese 1% de veces en que es superior a esos 20 millones de euros (superior al VaR). El VaR solo indica que en un 1% de las ocasiones, la pérdida será superior a 20 millones de euros; pero no indica nada sobre cuán superior: la pérdida esperada podría ser de 200 millones, de 200.000 millones, o cualquier otra. Y en todos esos casos, el VaR sería el mismo, 20 millones de euros. Como veremos en el apartado 2.2. esta es una limitación del VaR, que se solventa con otra medida, el Expected Shortfall (ES).

---

Una definición matemática formal del VaR se puede encontrar en Coronado (1999), capítulo 5.

---

De la distribución de probabilidad de pérdidas y ganancias (o rendimientos) del activo o cartera.

---

Como veremos en el siguiente enfoque (apartado 3. de esta sección II), de hecho, hay autores como Embrechts, Liu y Wang (2017) y Dowd (2006) que hablan de *Quantile-based risk measures* (medidas de riesgo basadas en percentiles), incluyendo en ellas el VaR, el Tail VaR (o ES), y otras, que describiremos en el apartado 3 de esta sección II.

---

Y prueba de ello es la ingente literatura que se viene desarrollando desde entonces sobre este aspecto, y que continúa en la actualidad. La web pionera que empezó a recoger los estudios a este respecto es [gloriamundi.org](http://gloriamundi.org) (inicialmente denominada [allaboutvalueatrisk.org](http://allaboutvalueatrisk.org)), que se creó en 1997 y sigue siendo el referente en la actualidad.

---

39

Recuérdese la revisión de la literatura sobre las colas pesadas y el VaR en la nota 18 del apartado 1.1.

---

40

Según la Teoría de los Valores Extremos (EVT) la forma precisa de la distribución de las colas de los rendimientos (rendimientos extremos) es perfectamente conocida y modelizable y lo que es más importante, independiente de la distribución de probabilidad de los rendimientos. Es decir, según esta teoría, una única ley de probabilidad, describe el comportamiento de las colas de casi todas las distribuciones de probabilidad.

---

41

Dependiendo de lo realistas, restrictivas o simplificadoras que sean las hipótesis subyacentes, los resultados de la aplicación de la metodología, es decir, las estimaciones del VaR obtenidas aplicando dicha metodología, serán distintas y, por tanto, serán distintas las cifras de capital exigido (capital regulatorio) por el supervisor a una Entidad, con consecuencias en su rentabilidad.

---

42

Las tres metodologías clásicas para estimar el VaR son el método analítico de la matriz de varianzas-covarianzas, la simulación histórica y la simulación Monte Carlo, aunque a su vez son muchas las variantes dentro de cada una de ellas. El método analítico, que suele suponer normalidad, es en realidad una extensión natural de la MPT y por tanto acaba basándose (si asume normalidad) en la desviación típica. De hecho, bajo la hipótesis de normalidad, se da una relación muy simple entre las expresiones analíticas del VaR, del ES y la desviación típica (véase por ejemplo Balbás (2007, p12). Una cuarta metodología es la aplicación de la Teoría de los Valores Extremos (EVT) (también utilizada para estimar el ES, siendo el pionero en hacerlo para el ES McNeil y Frey (2000)). Véase Coronado (2001b) para una revisión completa de los primeros estudios empíricos que aplicaban la EVT para el cálculo del VaR. Harmantzis et al. (2006) amplían nuestra revisión hasta 2006, añadiendo además los primeros estudios que la aplican al cálculo del ES. Rocco (2011) realiza el último *survey* que existe (hasta donde nosotros sabemos) sobre la aplicación de la EVT tanto para la estimación del VaR como del ES.

---

43

Lógicamente, todo esto es extensible al resto de medidas que veremos posteriormente, entre ellas el ES, sobre cuyo *backtesting* hablaremos con detenimiento, al constituir, según la mayoría de los autores, una de las principales debilidades del ES como medida del riesgo de mercado (véase apartado 3.1.B) y a su



vez, una de las líneas de investigación más potentes en la actualidad.

---

44

Capítulo 7, pp. 640-664.

---

45

Sí queremos mencionar aquí, expresamente, uno de ellos: el test de Christoffersen (1996), como homenaje y en memoria de su autor, fallecido hace escasos meses a temprana edad; quien no solo fue pionero, sino que ha continuado investigando sobre este tema, entre otros, de manera brillante hasta la actualidad. Su test es genérico para todo tipo de predicciones de intervalos, entendiendo intervalo como dispersión de resultados y sirve por tanto para el VaR pues los estimadores del VaR son también predicciones de intervalos de una sola cola. Posteriormente, propuso modelos de *backtesting* para otras medidas de riesgo, como el ES.

---

46

Recuérdese lo ya comentado en la nota al pie 19, sobre la completa revisión comparativa de Kaplansky y Kroll (2002) entre las medidas de dispersión y el VaR y el ES, muy relacionada a su vez con la dominación estocástica.

---

47

Recuérdese la nota 34 a pie de página.

---

48

A partir de Artzner et al. (1999) es abundante la literatura que muestra ejemplos de incumplimiento del axioma de subaditividad por parte del VaR: Acerbi y Tasche (2002a), Acerbi (2003) por poner solo dos ejemplos. Pero, sobre todo nos parece muy importante el ejemplo en Acerbi (2007) de ese incumplimiento incluso aun cuando se suponga normalidad en el VaR, en contra de lo que se suele argumentar de manera generalizada. En efecto, Acerbi (2007) matiza cómo sólo puede afirmarse que el VaR es subaditivo en el caso de que la distribución conjunta completa sea Gaussiana multivariante; pero es falso (que el VaR sea subaditivo) en el caso de que sólo las distribuciones marginales sean gaussianas. Lo que le permite concluir que, para descartar una posible violación del axioma de subaditividad, nunca es suficiente con estudiar solo las marginales, porque lo que provoca dichas violaciones, es una propiedad más sutil de cópula. Previamente, Sy (2006) demuestra que el VaR para distribuciones independientes estables de Lévy, es una medida coherente. También es cierto que la no subaditividad del VaR se da más como medida del riesgo de crédito que como medida del riesgo de mercado.

---

49

En la literatura, a la no subaditividad del VaR se le denomina también la superaditividad del VaR.

---

50

La desviación típica sí cumpliría el axioma de subaditividad, si bien no sería una medida coherente del riesgo.

---

51

A raíz de estas críticas del VaR y la consiguiente aparición del ES como medida del riesgo de mercado en banca, el número de estudios que comparan las ventajas e inconvenientes de ambas, VaR y ES, y cuál es mejor como medida del riesgo financiero, no sólo es ingente, sino que continúa hoy (véase apartado 3.1.A . de este artículo).

---

52

Y la de cualquier otra medida del riesgo que requiera bases de datos históricos para su estimación.

---

53

Esto es lo que ocurrió, de hecho, en las estimaciones del VaR antes de la crisis de 2007-2008 y que no fueron capaces de anticiparla o predecirla: los años previos a 2007, cuyos datos sirvieron como base para las estimaciones del VaR por los bancos, fueron un periodo extenso de estabilidad, con baja volatilidad, y que por tanto no recogían en la muestra acontecimientos extremos.

---

54

Su traducción al español suele ser test de tensión o test de estrés. Usaremos normalmente la terminología anglosajona.

---

55

Se exigía por el regulador como una de las siete condiciones a cumplir para poder usar modelos internos de riesgo.

---

56

No sólo cómo establecerlos, sino también quién los establece: el regulador o el propio banco.

---

57

A veces se las denomina por su acrónimo en inglés, CRMs (*Coherent Risk Measures*).

---

Recuérdese la nota al pie 48, donde exponíamos la abundante literatura que muestra ejemplos de incumplimiento del axioma de subaditividad por parte del VaR.

---

Kaplansky y Kroll (2002), p.12 muestran que ya incluso antes de lo que se suele considerar como aparición del ES (véanse notas 59 y 60), Domar & Musgrave (1944). introdujeron una versión simplificada de esta medida. Y que dicha versión simplificada del ES es también una variación concreta del modelo de riesgo de Fishburn (1977)  $\alpha$ -t.

---

En los primeros años de su aparición, muchos autores se refieren a esta medida con nombres diferentes a través de la literatura: Artzner et al. (1999) y Pflug (2000) hablan de *Tail Conditional Expectation* (TCE), Uryasev (2000) lo denomina *Conditional VaR* (CVaR), Longin (2001) se refiere al BVaR (*Beyond the VaR*), Basak y Saphiro (2001) hablan de *Limited Expected Losses* (LEL), Dowd (2002: Es la 1ª edición de nuestra referencia Dowd (2005), que constituye la 2ª edición. En esta 2ª edición, deja de llamarlo así, ETL, para denominarlo ES, su nombre más generalizado en la actualidad, junto con el de TailVaR) se refiere a la *Expected Tail Loss* (ETL), Kaplansky y Kroll (2002) lo denominan *Accumulated-VaR* (AVaR) y otros *Mean Excess Loss* (MEL) o *Mean Shortfall*, *Tail Conditional VaR*, *Worst Conditional Expectation*. Y pareciera que son todos equivalentes, si bien no lo son exactamente, habiendo algo de confusión e inconsistencia en la equivalencia de toda esta terminología a lo largo de la literatura. Por ello, Dowd (2005), p. 35 propone un consenso urgente de nomenclatura que corte de raíz las diferencias entre ellas. En su 1ª edición, de 2002, Dowd (2002), además de llamarlo, como decimos, ETL, la advertencia que hacía en ese momento en la p. 32, no era tan contundente como la de 2005 y que resulta clarificadora. También Acerbi (2002), p. 1507, hace hincapié en la no coincidencia entre el ES y la TCE o el CVaR (aunque las diferencias sean sutiles). Nosotros usamos indistintamente los siguientes términos, los de uso más generalizado en la actualidad, para referirnos a esta nueva medida: Expected Shortfall (ES), TailVaR (TVaR), ConditionalVaR (CVaR) e incluso Superquantile, como le denomina Uryasev más recientemente, como contraposición al VaR (quantile).

---

Para ser justos, ya Longin habla del ES (él lo denomina BVaR) en su documento de trabajo de 1997, pero que no se publica hasta 2000 y 2001; por lo que es, junto con Artzner et al. (1997, 1999), de los pioneros. Después, Uryasev (2000), McNeil y Frey (2000) Rockafellar y Uryasev (2000), Pflug (2000), Basak y Shapiro (2001) [a su vez, estos autores lo redactan como documento de trabajo en 1999], Acerbi y Tasche (2002a y 2002b). Como reguladores (del Banco de Japón), Yamai y Yoshiba (2002a,b,c y d), son de los pocos que desde el surgimiento del ES se preocuparon de compararlo con el VaR, apostando por el ES como medida regulatoria (aunque sin éxito hasta 2012) siendo sus primeros *working papers* de 2001.

---

En el documento consultivo BCBS (2012), lo que algunos denominan Basilea 3.5, el regulador plantea por primera vez el paso del VaR hacia el ES, como medida del riesgo de mercado. En el documento consultivo posterior, BCBS (2013), p.3 dice literalmente: «*the Committee has its intention to pursue two key confirmed reforms outlined in the first consultative paper BCBS (2012): stressed calibration [:::] move from Value-at-Risk (VaR) to Expected Shortfall (ES): The Committee has agreed to use a 97.5% ES for the internal models-based approach and has also used that approach to calibrate capital requirements under the revised market risk standardised approach*». Y el documento final de BCBS (2016), sobre el marco revisado para el riesgo de mercado, establece definitivamente la sustitución del VaR por el ES, como medida del riesgo de mercado (*trading book*): p.1 «*A shift from Value-at-Risk (VaR) to an Expected Shortfall (ES) measure of risk under stress. Use of ES will help to ensure a more prudent capture of "tail risk" and capital adequacy during periods of significant financial market stress*». Y en p.52 establece que se debe calcular el ES diario con un 97.5% de nivel de confianza.

---

63

Al igual que para el VaR, también se usa la EVT para la estimación del ES, entre otras metodologías.

---

64

En realidad, ya Weber (2006) lo demostró, como el propio Gneiting reconoce después en Fissler, Ziegel y Gneiting (2016).

---

65

Véase apartado 3.1.B para más sobre esta propiedad. Savage (1971) fue el primero en referirse a la noción de elicibilidad de probabilidades. Así lo reconoce Osband (1985) considerado como el trabajo pionero al que se remonta la noción de elicibilidad. Aunque el término «elicitable» fue acuñado por Lambert et al. (2008).

---

66

Como una forma de solventar parcialmente la no elicibilidad del ES, limitación que comentaremos a continuación. Véase Fissler y Ziegel (2016).

---

67

Investigación comparativa que además se acrecienta tras su adopción como medida regulatoria en 2012.

---

68

Kaplansky y Kroll (2002) junto con Yamai y Yoshida [(2002a,b,c y d) y (2005)] son de los mejores estudios comparativos de entre los primeros que se realizaron.

---

Tampoco la varianza es elicitable. Véase Lambert, Pennock y Shoham (2008).

---

No se presentarán aquí las funciones de *scoring* en toda su generalidad, sino con el objetivo de ser aplicadas en el contexto de las medidas de riesgo analizadas. En general, la función *scoring* puede facilitar valores que cabe interpretar en unos casos como costes o y en otros como premios.

---

Este artículo se publicó en 2016, pero ya desde 2013 era un documento de trabajo.

---

Este ejemplo no da directamente una medida de riesgo, pero sí de manera indirecta, ya que la Esperanza Matemática de la variable aleatoria que mide el rendimiento, cambiada de signo, sí resulta ser una medida de riesgo coherente.

---

Este alejamiento se mide conforme a la distancia cuadrática, también llamada distancia euclídea, ordinaria o  $d_2$ , y se caracteriza por medir el alejamiento entre dos puntos por su diferencia elevada al cuadrado, de manera que se suman las desviaciones tanto por exceso como por defecto.

---

Esta distancia se denomina distancia  $d_1$  y el valor absoluto lleva a valorar de igual modo las desviaciones por exceso y por defecto.

---

La expresión de la función de *scoring* respecto de la cual el VaR es elicitable puede consultarse en Gneiting (2011).

---

El propio regulador BCBS (2012) era consciente de esta limitación del ES e identificaba ambos hechos y por eso pide comentarios a los profesionales y académicos sobre la pregunta 8, p. 41: «*What are the likely constraints with moving from Value-at-Risk (VaR) to Expected Shortfall (ES), including any challenges in delivering robust backtesting and how might these be best overcome?*»

---

No paramétricas e independientes del modelo.

---

Ziegel (2016) demuestra que solo hay una medida espectral que es elicitable, la que coincide con «menos el valor esperado», de la que ya se hizo mención en la nota a pie de página número 72.

---

Aunque Emmer et al. (2015), comparan el ES y los expectiles y concluyen que el ES es mejor medida, además de proponer un método para su backtesting,

---

Literalmente Gneiting (2011), p.756: «*The negative result [for ES] may challenge the use of the CVaR [ES] functional as a predictive measure of risk, and may provide a partial explanation for the lack of literature on the evaluation of CVaR forecasts, as opposed to quantile or VaR forecasts*».

---

De hecho, hasta 2011, fecha de su afirmación, hemos comprobado que sólo existían cuatro trabajos específicos para *backtest* del ES: McNeil & Frey (2000), Berkowitz (2001), Kerkhof & Melenberg (2004) y Wong (2008).

---

No sólo la plantean para el ES, sino, desde un punto de vista teórico, en general para las medidas coherentes del riesgo.

---

Proponen una nueva clase de medidas de riesgo que incorporan la robustez a las que denominan *natural risk statistics*, que están caracterizadas por un nuevo conjunto de axiomas.

---

Analizan la robustez de los expectiles (que tratamos en el apartado 3.5) y prueban que los expectiles no cumplen la robustez débil pero sí cumplen la robustez de Wasserstein.

---



No sólo del VaR como ya hemos analizado en el apartado 2.2 . Recuérdese la nota al pie 29.

---

86

Por ejemplo, la que él denomina WT-measure (como alternativa al ES), que es una medida de riesgo basada en distorsiones (véase apartado 3.4 de esta sección II). Pero no sólo esa, sino todo el conjunto de familias de medidas que pasamos a exponer en los siguientes apartados.

---

87

De forma paralela y simultánea, Frittelli y Rosazza (2002), por su parte, también establecen un conjunto de axiomas que definen una medida de riesgo como convexa, llegando a conclusiones muy similares.

---

88

Para una definición de función espectral, véase Acerbi (2002), p.1510.

---

89

Axioma que significa que son estimables a partir de datos empíricos. La importancia de este axioma en el ámbito práctico es obvia.

---

90

El axioma de subaditividad (presente en las medidas coherentes) no implica la aditividad comonótona. De hecho, hay medidas coherentes que no cumplen la aditividad comonótona. Véase, por ejemplo, Acerbi (2007), p.362.

---

91

Existen medidas coherentes que cumplen el axioma de law-invarianza y no cumplen el de aditividad comonótona y viceversa: véanse ejemplos en Acerbi (2007), p.362.

---

92

Recuérdese nota al pie 62.

---

93

En BCBS (2012), p.60; al mismo tiempo que se propone sustituir el VaR por el ES, y al constatar la limitación del ES como medida no elicitable se dice literalmente que: «*Spectral risk measures are a promising generalization of ES that is cited in the literatura*».

---

Por ejemplo, Dowd Cotter y Sorwar (2008) proponen las exponenciales y las de potencia. Las de potencia tienen una expresión analítica más simple que las exponenciales y además tienen la capacidad de expresar explícitamente el binomio rentabilidad-riesgo.

---

Ziegel (2016) demuestra que solo hay una medida espectral que es elicitable, la que coincide con «menos el valor esperado».

---

Una medida del riesgo basada en distorsiones es la pérdida esperada bajo una función de distorsión. Las funciones de distorsión son transformaciones de la función de distribución y cada función de distorsión dará lugar a una medida distorsionada del riesgo. Se trata de escoger una función de distorsión «apropiada», con unas características determinadas, que nos proporcione una medida del riesgo también apropiada: así, Wang (1997) establece que la continuidad de la función de distorsión es condición necesaria y suficiente para que su correspondiente medida de distorsión sea coherente. La concavidad de la función de distorsión es condición suficiente. De las varias funciones de distorsión, la más conocida es la transformada de Wang (véase Wang 2000), cuyas medidas distorsionadas de riesgo, además de ser coherentes, son superiores al ES al recoger mejor las pérdidas extremas.

---

Sorprendentemente, como se encarga de resaltar Tasche (2002), su trabajo (en el contexto actuarial) es anterior al de Artzner et al. (1997, 1999), quienes lo establecen en el ámbito de las matemáticas financieras (pero sin hacer referencia a Wang).

---

Ziegel (2016) demuestra que solo hay una medida espectral que es elicitable, la que coincide con «menos el valor esperado».

---

Hablan de Expectile VaR (EVaR).

---

Recuérdese que tanto el VaR como el ES y el RVaR son medidas de riesgo basadas en cuantiles, terminología que se suele utilizar precisamente para contraponerlas a las medidas basadas en expectiles.