

El aprendizaje de la matemática hoy

El presente artículo es una adaptación de un estudio más extenso realizado por el autor para la Organización de Estados Americanos (OEI) que, con el título «Tendencias y Experiencias Innovadoras en Educación Matemática», sirvió como documento base para el I Taller Subregional sobre Enseñanza de la Ciencia y de la Matemática (IBERCIMA, Montevideo, Uruguay, julio 1991). El autor agradece a la OEI su permiso para la publicación de esta adaptación.

Miguel de Guzmán *

LA matemática es una actividad vieja y polivalente. A lo largo de los siglos ha sido empleada con objetivos profundamente diversos. Fue un instrumento para la elaboración de vaticinios, entre los sacerdotes de los pueblos mesopotámicos. Se consideró como un medio de aproximación a una vida más profundamente humana y como camino de acercamiento a la divinidad, entre los pitagóricos. Fue utilizada como un importante elemento disciplinador del pensamiento, en el Medievo. Ha sido la más versátil e idónea herramienta para la exploración del universo, a partir del Renacimiento. Ha constitui-

* Catedrático en la Facultad de Ciencias Matemáticas. Universidad Complutense. Madrid.

do una magnífica guía el pensamiento filosófico, entre los pensadores del racionalismo y filósofos contemporáneos. Ha sido un instrumento de creación de belleza artística, un campo de ejercicio lúdico, entre los matemáticos de todos los tiempos...

Por otra parte la matemática misma es una ciencia intensamente dinámica y cambiante. De manera rápida y hasta turbulenta en sus propios contenidos. Y aun en su propia concepción profunda, aunque de modo más lento. Todo ello sugiere que, efectivamente, la actividad matemática no puede ser una realidad de abordaje sencillo.

El otro miembro del binomio educación-matemática no es tampoco nada simple. La educación ha de hacer necesariamente referencia a lo más profundo de la persona, una persona aún por conformar, a la sociedad en evolución en la que esta persona se ha de integrar, a la cultura que en esta sociedad se desarrolla, a los medios concretos personales y materiales de que en el momento se puede o se quiere disponer, a las finalidades prioritarias que a esta educación se le quiera asignar, que pueden ser extraordinariamente variadas...

La complejidad de la matemática y de la educación sugiere que los teóricos de la educación matemática, y no menos los agentes de ella, deban permanecer constantemente atentos y abiertos a los cambios profundos que en muchos aspectos la dinámica rápidamente mutante de la situación global venga exigiendo.

La educación, como todo sistema complejo, presenta una fuerte resistencia al cambio. Esto no es necesariamente malo. Una razonable persistencia ante las variaciones es la característica de los organismos vivos sanos. Lo malo ocurre cuando esto no se conjuga con una capacidad de adaptación ante la mutabilidad de las circunstancias ambientales.

En la educación matemática a nivel internacional apenas se habían producido cambios de consideración desde principios de siglo hasta los años 60. A comienzos de siglo había tenido lugar un movimiento de renovación en educación matemática, gracias al interés inicialmente despertado por la prestigiosa figura del gran matemático alemán Félix Klein, con sus proyectos de renovación de la enseñanza media y con sus famosas lecciones sobre *Matemática elemental desde un punto de vista superior* (1908). En nuestro país ejercieron gran influencia a partir de 1927, por el interés de Rey Pastor, quien publicó, en su Biblioteca Matemática, su traducción al castellano.

En los años 60 surgió un fuerte movimiento de innovación. Se puede afirmar con razón que el empuje de renovación de aquel movimiento, a pesar de todos los desperfectos que ha traído consigo en el panorama educativo internacional, ha tenido con todo la gran virtud de llamar la atención sobre la necesidad de alerta constante sobre la evolución del sistema educativo en matemáticas a todos los niveles. Los cambios introducidos en los años 60 han provocado mareas y contra-

mareas a lo largo de la etapa intermedia. Hoy día, podemos afirmar con toda justificación que seguimos estando en una etapa de profundos cambios.

Situación actual de cambio en la didáctica de las matemáticas

LOS últimos treinta años han sido escenario de cambios muy profundos en la enseñanza de las matemáticas. Por los esfuerzos que la comunidad internacional de expertos en didáctica sigue realizando por encontrar moldes adecuados está claro que vivimos aún actualmente una situación de experimentación y cambio.

El movimiento de renovación de los años 60 y 70 hacia la «matemática moderna» trajo consigo una honda transformación de la enseñanza, tanto en su talante profundo como en los contenidos nuevos con él introducidos. Entre las principales características del movimiento y los efectos por él producidos se pueden contar los siguientes:

— Se subyugaron las estructuras abstractas en diversas áreas, especialmente en álgebra. La enseñanza del álgebra hasta entonces había consistido fundamentalmente en desentrañar las propiedades y aplicaciones de los polinomios y en adquirir la destreza necesaria para resolver ecuaciones de segundo grado y sistemas de ecuaciones lineales. Con la «matemática moderna» el énfasis recayó sobre el estudio de las propiedades de ciertas estructuras fundamentales que aparecen en muchas zonas de las matemáticas. Se hablaba de grupos, anillos, cuerpos, espacios vectoriales, con la vana esperanza de que el quehacer alrededor de tales abstracciones diesen con el atajo hacia una comprensión de la matemática del siglo.

— Se pretendió profundizar en el rigor lógico, en la comprensión, contraponiendo ésta a los aspectos operativos y manipulativos. A pesar de la invocación explícita a los principios piagetianos, se tuvo probablemente poco respeto con el desarrollo natural de la capacidad de abstracción y sobre todo con la necesidad de motivación concreta del interés del niño.

— Esto último condujo de forma natural al énfasis en la fundamentación a través de las nociones iniciales de la teoría de conjuntos y en el cultivo del álgebra, donde el rigor es fácilmente alcanzable. Las nociones de teoría de conjuntos y del álgebra se pueden introducir como una serie de convenciones que permiten rápidamente un ejercicio de reconocimiento de nombres y de posibles manipulaciones con los objetos así introducidos, pero el enlace de este mero juego verbal y mental con aspectos de la realidad no es tan fácil de establecer y de motivar. Resultaba así una teoría un tanto pedante y vacía.

— La geometría elemental y la intuición espacial sufrió un gran detrimento. La geometría es, en efecto, mucho más difícil de fundamentar rigurosamente y por ello fue reemplazada por el álgebra. Como si para hacer matemáticas con hondo significado fuera necesario presentarlas con todo rigor lógico ya desde un comienzo. Pareció quedar en la penumbra el sano principio de que a cada etapa de aprendizaje matemático le basta su propio rigor.

— Con respecto a las actividades fomentadas, la consecuencia natural fue el vaciamiento de problemas interesantes, en los que la geometría elemental tanto abunda, y su sustitución por ejercicios muy cercanos a la mera tautología y reconocimiento de nombres, que es, en buena parte, lo que el álgebra puede ofrecer a este nivel elemental.

En los años 70 se empezó a percibir que muchos de los cambios introducidos no habían resultado muy acertados. Con la sustitución de la geometría por el álgebra la matemática elemental se vació rápidamente de contenidos y de problemas interesantes. La patente carencia de intuición espacial fue otra de las desastrosas consecuencias del alejamiento de la geometría de nuestros programas, defecto que hoy se puede percibir muy claramente en las personas que realizaron su formación en aquellos años. Se puede decir que los inconvenientes surgidos con la introducción de la llamada «matemática moderna» superaron con mucho las cuestionables ventajas que se había pensado conseguir como el rigor en la fundamentación, la comprensión de las estructuras matemáticas, la modernidad y el acercamiento a la matemática contemporánea...

Los años 70 y 80 han presentado una discusión, en muchos casos vehemente y apasionada, sobre los valores y contravalores de las tendencias presentes, y luego una búsqueda intensa de formas más adecuadas de afrontar los nuevos retos de la enseñanza matemática por parte de la comunidad matemática internacional.

A continuación quisiera dirigir mi atención sucesivamente sobre los aspectos más interesantes, a mi parecer, de esta búsqueda y de algunas respuestas parciales que van surgiendo en el panorama educativo de la matemática.

Tendencias generales actuales

Una consideración de fondo. ¿Qué es la actividad matemática?

LA filosofía prevalente sobre lo que la actividad matemática representa tiene un fuerte influjo, más efectivo a veces de lo que aparenta, sobre las actitudes profundas respecto de la enseñanza matemática. La

reforma hacia la «matemática moderna» tuvo lugar en pleno auge de la corriente formalista (Bourbaki) en matemáticas. No es aventurado pensar a priori en una relación causa-efecto y, de hecho, alguna de las personas especialmente influyentes en el movimiento didáctico, como Dieudonné, fueron importantes miembros del grupo Bourbaki. En los últimos quince años, especialmente a partir de la publicación de la tesis doctoral de I. Lakatos (1976), *Proofs and refutations*, se han producido cambios bastante profundos en el campo de las ideas acerca de lo que verdaderamente es el quehacer matemático.

La actividad científica en general es una exploración de ciertas estructuras de la realidad, entendida ésta en sentido amplio, como realidad física o mental. La actividad matemática se enfrenta con un cierto tipo de estructuras que se prestan a unos modos peculiares de tratamiento, que incluyen:

- a) *una simbolización adecuada*, que permite representar eficazmente, desde el punto de vista operativo, las entidades que maneja,
- b) *una manipulación racional rigurosa*, que compele al asenso de aquellos que se adhieren a las convenciones iniciales de partida,
- c) *un dominio efectivo de la realidad a la que se dirige*, primero racional, del modelo mental que se construye, y luego, si se pretende, de la realidad exterior modelada.

La antigua definición de la matemática como ciencia del número y de la extensión, no es incompatible en absoluto con la aquí propuesta, sino que corresponde a un estadio de la matemática en que el enfrentamiento con la realidad se había plasmado en dos aspectos fundamentales, *la complejidad proveniente de la multiplicidad y la complejidad que procede del espacio*.

Probablemente la experiencia que da origen a la noción de número consiste en la percepción primigenia del yo como uno repetible y en cierto modo repetido en la multiplicidad de los otros. Todos estos yos, al igual que muchas otras cosas que presentan aspectos semejantes no constituyen un montón caótico, sino que se prestan al dominio racional, logrado tras muchos balbuceos iniciales: primero mediante un ensayo analógico, las muescas de los hombres primitivos para contar los días, sus rebaños, etc., luego simbólico cada vez más perfeccionado, hasta llegar a la construcción de sistemas de numeración muy sofisticados y operativos como el de los mesopotamios, cuyos principios fundamentales seguimos hoy utilizando.

De modo análogo las estructuras espaciales se fueron dominado, primero de modo práctico a fin de localizar los astros y describir los movimientos, luego mediante el ejercicio de la sensibilidad estética (la geometría fue arte antes de ser ciencia), y más adelante a través del dominio intelectual, convertido ya en ciencia entre los griegos, de las idealizaciones de los elementos reales que proporcionan el fundamento para la geometría.

Más adelante el mismo espíritu matemático se habría de enfrentar con:

— *la complejidad del símbolo* (álgebra); el álgebra viene a significar una etapa superior de abstracción, convirtiéndose, al manipular el número mediante letras, en una ulterior simbolización de lo que ya era símbolo,

— *la complejidad del cambio y de la causalidad determinística* (cálculo); en el siglo XVII los matemáticos, con herramientas ya suficientemente elaboradas, se enfrentan con la tarea de tratar cuantitativamente las transformaciones presentes en los fenómenos físicos, movimiento, crecimiento..., así como las relaciones causa-efecto que se presentan en ellos, creando el instrumento intelectual más adecuado para el ulterior desarrollo técnico e industrial,

— *la complejidad proveniente de la incertidumbre en la causalidad múltiple incontrolable* (probabilidad, estadística); en el siglo XIX un nuevo giro del pensamiento da con la forma apropiada para tratar cuantitativamente aquellos fenómenos que dependen de tantas causas que su estudio no puede hacerse depender del conocimiento de la influencia de cada una de ellas, sino más bien del olvido de estas causas para concentrarse en la forma de actuar de ellas en una gran multitud de ocasiones,

— *complejidad de la estructura formal del pensamiento* (lógica matemática); las paradojas que surgieron en el seno mismo de las matemáticas, provocadas como en otras ocasiones (Zenón) por la presencia del infinito matemático, obligaron a centrar la atención una vez más en las estructuras y procesos mismos del pensamiento matemático, lo que ha dado lugar a una profundización sumamente interesante desde el punto de vista filosófico y humano.

La filosofía de la matemática actual ha dejado de preocuparse tan insistentemente como en la primera mitad del siglo sobre los problemas de fundamentación de la matemática, especialmente tras los resultados de Gödel a comienzos de los años 30, para enfocar su atención en el carácter cuasiempírico de la actividad matemática (I. Lakatos), así como en los aspectos relativos a la historicidad e inmersión de la matemática en la cultura de la sociedad en la que se origina (R.L. Wilder), considerando la matemática como un subsistema cultural con características en gran parte comunes a otros sistemas semejantes. Tales cambios en lo hondo del entender y del sentir mismo de los matemáticos sobre su propio quehacer vienen provocando, de forma más o menos consciente, fluctuaciones importantes en las consideraciones sobre lo que la enseñanza matemática debe ser.

La educación matemática como proceso de «inculturación»

LA educación matemática se debe concebir como un proceso de inmersión en las formas propias de proceder del ambiente

matemático, a la manera como el aprendiz de artista va siendo imbuido, como por ósmosis, en la forma peculiar de ver las cosas característica de la escuela en la que se entronca. Como vamos a ver enseguida, esta idea tiene profundas repercusiones en la manera de enfocar la enseñanza y aprendizaje de la matemática.

*Continuo apoyo en la intuición directa de lo concreto.
Apoyo permanente en lo real*

EN los años 80 hubo un reconocimiento general de que se había exagerado considerablemente en las tendencias hacia la «matemática moderna» en lo que respecta al énfasis en la estructura abstracta de la matemática. Es necesario cuidar y cultivar la intuición en general, la manipulación operativa del espacio y de los mismos símbolos. Es preciso no abandonar la comprensión e inteligencia de lo que se hace, por supuesto, pero no debemos permitir que este esfuerzo por entender deje pasar a segundo plano los contenidos intuitivos de nuestra mente en su acercamiento a los objetos matemáticos. Si la matemática es una ciencia que participa mucho más de lo que hasta ahora se pensaba del carácter de empírica, sobre todo en su invención, que es mucho más interesante que su construcción formal, es necesario que la inmersión en ella se realice teniendo en cuenta mucho más intensamente la experiencia y la manipulación de los objetos de los que surge. La formalización rigurosa de las experiencias iniciales corresponde a un estadio posterior. A cada fase de desarrollo mental, como a cada etapa histórica o a cada nivel científico, le corresponde su propio rigor.

Para entender esta interacción fecunda entre la realidad y la matemática es necesario acudir, por una parte, a la propia historia de la matemática, que nos desvela ese proceso de emergencia de nuestra matemática en el tiempo, y por otra parte, a las aplicaciones de la matemática, que nos hacen patentes la fecundidad y potencia de esta ciencia. Con ello se hace obvio cómo la matemática ha procedido de forma muy semejante a las otras ciencias, por aproximaciones sucesivas, por experimentos, por tentativas, unas veces fructuosas, otras estériles, hasta que va alcanzando una forma más madura, aunque siempre perfectible. Nuestra enseñanza ideal debería tratar de reflejar este carácter profundamente humano de la matemática, ganando con ello en asequibilidad, dinamismo, interés y atractivo.

*Los procesos del pensamiento matemático.
El centro de la educación matemática*

UNA de las tendencias generales más difundidas hoy consiste en el hincapié en la transmisión de los procesos de pensamien-

to propio de la matemática más bien que en la mera transferencia de contenidos. La matemática es, sobre todo, saber hacer, es una ciencia en la que el método claramente predomina sobre el contenido. Por ello se concede una gran importancia al estudio de las cuestiones, en buena parte colindantes con la psicología cognitiva, que se refieren a los procesos mentales de resolución de problemas.

Por otra parte, existe la conciencia, cada vez más acusada, de la rapidez con la que, por razones muy diversas, se va haciendo necesario traspasar la prioridad de la enseñanza de unos contenidos a otros. En la situación de transformación vertiginosa de la civilización en la que nos encontramos, es claro que los procesos verdaderamente eficaces de pensamiento, que no se vuelven obsoletos con tanta rapidez, es lo más valioso que podemos proporcionar a nuestros jóvenes. En nuestro mundo científico e intelectual tan rápidamente mutante vale mucho más hacer acopio de procesos de pensamiento útiles que de contenidos que rápidamente se convierten en lo que Whitehead llamó «ideas inertes», ideas que forman un pesado lastre, que no son capaces de combinarse con otras para formar constelaciones dinámicas, capaces de abordar los problemas del presente.

En esta dirección se encauzan los intensos esfuerzos por transmitir estrategias heurísticas adecuadas para la resolución de problemas en general, por estimular la resolución autónoma de verdaderos problemas, más bien que la mera transmisión de recetas adecuadas en cada materia.

Los impactos de la nueva tecnología

LA aparición de herramientas tan poderosas como la calculadora y el ordenador actuales está comenzando a influir fuertemente en los intentos por orientar nuestra educación matemática primaria y secundaria adecuadamente, de forma que se aprovechen al máximo de tales instrumentos. Es claro que, por diversas circunstancias tales como coste, inercia, novedad, preparación de profesores, hostilidad de algunos..., aún no se ha logrado encontrar moldes plenamente satisfactorios. Este es uno de los retos importantes del momento presente. Ya desde ahora se puede sentir que nuestra forma de enseñanza y sus mismos contenidos tienen que experimentar drásticas reformas. El acento habrá que ponerlo, también por esta razón, en la comprensión de los procesos matemáticos más bien que en la ejecución de ciertas rutinas que en nuestra situación actual ocupan todavía gran parte de la energía de nuestros alumnos, con el consiguiente sentimiento de esterilidad del tiempo que en ello emplean. Lo verdaderamente importante vendrá a ser su preparación para el diálogo inteligente con las herramientas que ya existen, de las que algunos ya disponen y otros van a disponer en un futuro que ya casi es presente.

Conciencia de la importancia de la motivación

UNA preocupación general que se observa en el ambiente conduce a la búsqueda de la motivación del alumno desde un punto de vista más amplio, que no se limite al posible interés intrínseco de la matemática y de sus aplicaciones. Se trata de hacer patentes los impactos mutuos que la evolución de la cultura, la historia, los desarrollos de la sociedad, por una parte, y la matemática, por otra, se han proporcionado.

Cada vez va siendo más patente la enorme importancia que los elementos afectivos que involucran a toda la persona pueden tener incluso en la vida de la mente en su ocupación con la matemática. Es claro que una gran parte de los fracasos matemáticos de muchos de nuestros estudiantes tienen su origen en un posicionamiento inicial afectivo totalmente destructivo de sus propias potencialidades en este campo, que es provocado, en muchos casos, por la inadecuada introducción por parte de sus maestros. Por eso se intenta también, a través de diversos medios, que los estudiantes perciban el sentimiento estético, el placer lúdico que la matemática es capaz de proporcionar, a fin de involucrarlos en ella de un modo más hondamente personal y humano.

En nuestro ambiente contemporáneo, con una fuerte tendencia hacia la deshumanización de la ciencia, a la despersonalización producida por nuestra cultura computerizada, es cada vez más necesario un saber humanizado en que el hombre y la máquina ocupen cada uno el lugar que le corresponde. La educación matemática adecuada puede contribuir eficazmente a esta importante tarea.

Desiderata

A continuación quisiera presentar muy someramente unas pocas sugerencias sobre algunos proyectos a los que, en mi opinión, nuestra comunidad matemática podría y debería prestar una particular atención.

Atención a la formación inicial y permanente de los profesores de matemáticas

EN 1908, Félix Klein escribía en la introducción de sus lecciones sobre *Matemática elemental desde un punto de vista superior*: «... durante mucho tiempo la gente de la universidad se preocupaba exclusivamente de sus ciencias, sin conceder atención alguna a las necesidades de las

escuelas, sin cuidarse en absoluto de establecer conexión alguna con la matemática de la escuela. ¿Cuál era el resultado de esta práctica? El joven estudiante de la universidad se encontraba a sí mismo, al principio, enfrentado con problemas que no le recordaban en absoluto las cosas que le habían ocupado en la escuela. Naturalmente olvidaba estas cosas rápida y totalmente. Cuando después de acabar su carrera se convertía en profesor de enseñanza media, se encontraba de repente en una situación en la que se suponía que debía enseñar las matemáticas elementales tradicionales en el viejo modo pedante; y puesto que, sin ayuda, apenas era capaz de percibir conexión alguna entre su tarea y sus matemáticas universitarias, pronto recurría a la forma de enseñanza garantizada por el tiempo, y sus estudios universitarios quedaban solamente como una memoria más o menos placentera que no tenía influencia alguna sobre su enseñanza».

Ha pasado cerca de un siglo y, al menos en lo que respecta la formación inicial que nuestros licenciados reciben, no creo que se pueda decir que en nuestro entorno la situación difiere mucho de estas circunstancias indeseables que Klein describe.

Lo que la sociedad tiene derecho a esperar de la universidad en lo que respecta a la formación inicial de aquellas personas a las que va a confiar la educación matemática de los más jóvenes se podría concretar en:

- una componente científica adecuada para su tarea específica,
- un conocimiento práctico de los medios adecuados de transmisión de las actitudes y saberes que la actividad matemática comporta,
- un conocimiento integrado de las repercusiones culturales del propio saber específico.

Cualquiera que estudie atentamente los programas de estudio de la mayor parte de nuestras universidades podrá apreciar sus importantes carencias en los aspectos que podrían conducir a esta formación adecuada de nuestros enseñantes.

A mi parecer, ni los cursos complementarios añadidos al final de los estudios de Licenciatura con el objeto de proporcionar una formación pedagógica razonable ni los cursillos de *formación permanente* pueden sustituir razonablemente la formación intensa que se debería realmente estimular durante los años de permanencia en la universidad, años en los que el alumno está mucho más abierto para recibirla.

Pienso que son raras entre nosotros las universidades que no descuidan abiertamente esta seria obligación con respecto a la sociedad y que urge poner manos a la obra a fin de remediar rápidamente esta situación.

Atención a la investigación en educación matemática

COMO hemos tenido ocasión de ver, la educación matemática es una actividad interdisciplinar extraordinariamente com-

pleja, que ha de abarcar saberes relativos a las ciencias matemáticas y a otras ciencias básicas que hacen uso de ella, a la psicología, a las ciencias de la educación... Sólo en tiempos muy recientes se ha ido consolidando como un campo, con tareas de investigación propias, difíciles y de repercusiones profundas en su vertiente práctica. Se puede afirmar que en el sistema universitario un tanto inerte de nuestro país la educación matemática aún no ha llegado a encontrar una situación adecuada por muy diversos motivos, a pesar de que ya van formándose grupos de trabajo en los que se producen resultados importantes.

A mi parecer es muy necesario, por lo que a la sociedad le va en ello, que se formen en nuestras universidades buenos equipos de investigación en educación matemática que ayuden a resolver los muchos problemas que se presentan en el camino para una enseñanza matemática más eficaz. Pienso que no faltan grupos muy activos de trabajo en algunas de nuestras universidades (Valencia, Autónoma de Barcelona, Granada...) que en los últimos años vienen desarrollando una intensa labor de investigación en diversos campos de la educación matemática que ya va siendo reconocida internacionalmente.

Atención a la educación matemática de la sociedad. Popularización de la matemática

LA sociedad de nuestro país se encuentra, por tradición de siglos, con una cultura fuertemente escorada hacia sus componentes humanísticas. En nuestro país, cultura parece sinónimo de literatura, pintura, música... Muchas de nuestras personas ilustradas no tienen empacho alguno en confesar abiertamente su profunda ignorancia respecto de los elementos más básicos de la matemática y de la ciencia y hasta parecen jactarse de ello sin pesar ninguno. Las páginas de la mayor parte de nuestros periódicos aún no se han percatado de que las ciencias, y en particular las matemáticas, constituyen ya en nuestros días uno de los pilares básicos de la cultura humana. Es más, parece claro que, como afirma Whitehead, «si la civilización continúa avanzando, en los próximos dos mil años, la novedad predominante en el pensamiento humano será el señorío de la intelección matemática».

Resulta penoso en este respecto observar cómo en nuestro país una buena parte de las revistas de divulgación de contenido científico son traducciones de otras producidas en el extranjero.

Sería muy deseable que todos los miembros de la comunidad matemática y científica nos esforzáramos muy intensamente por hacer patente ante la sociedad la presencia influyente de la matemática y de la ciencia en la cultura. Una sociedad

con el conocimiento cabal de lo que la ciencia significa para su desarrollo se hará colectivamente más sensible ante los problemas que la educación de los más jóvenes en este sentido representa.

En la comunidad matemática internacional se viene prestando recientemente una gran atención a los medios convenientes para lograr abrir los ojos de amplios sectores de la sociedad hacia los beneficios de todos los órdenes que puede reportar una cultura que integre, del modo debido, ciencia y matemática.

Atención al talento precoz en matemáticas

ES seguro que en nuestras comunidades escolares existe un cierto número de estudiantes con una dotación intelectual para las matemáticas verdaderamente excepcional. Son talentos que pasarán a veces más o menos inadvertidos y más bien desatendidos por la imposibilidad de que los profesores dediquen la atención personal que se necesitaría. Son personas que, en un principio ilusionadas con la escuela, pasan a un estado de aburrimiento, frustración y desinterés que les conducirá probablemente al adocenamiento y a la apatía, tras un período escolar de posible gran sufrimiento.

Por otra parte son talentos que podrían rendir frutos excepcionales para el bien común de nuestra sociedad, si no se malograrán, mediante su aporte extraordinario al desarrollo cultural, científico y tecnológico del país. Constituye una gran responsabilidad social la indudable pérdida de talento que causa su desatención. En la actualidad ningún organismo, ni público ni privado, presta atención continuada a la tarea de detectar, estimular y orientar el talento extraordinario y precoz en matemáticas, así como tampoco en ninguna otra de las ciencias. Existe, y con mucha justificación, una atención, apoyo y cuidado especiales con respecto a la enseñanza del infradotado, pero pienso que apenas se ha prestado atención alguna a los problemas propios de los talentos precoces en nuestro país.

Se puede pensar con cierto fundamento que el talento precoz en matemáticas es más fácil de detectar y estimular que en otras ciencias. De hecho existen desde hace mucho tiempo proyectos realizados con éxito en un buen número de países, como Alemania (Hamburgo), Israel, Estados Unidos... Hay diversos caminos para encauzar el problema y entre ellos los hay que no son de un coste excesivo, especialmente si se tiene en cuenta el rendimiento a largo plazo de una actuación bien llevada.

Es posible, a juzgar por el efecto que en países de nuestro ámbito cultural iberoamericano ha tenido la emergencia de unas pocas personalidades de extraordinario talento en el desarrollo matemático del país, que una acción sostenida de detec-

ción y estímulo del talento matemático precoz podría colocar nuestro país en tiempo razonable a una altura matemática y científica mucho más elevada.

Bibliografía

- Alonso, F. y otros: *Aportaciones al debate sobre las matemáticas en los 90*. Simposio de Valencia, 1987 (Mestral, Valencia, 1987).
- Boyer, C.B.: *A History of Mathematics*. (J. Wiley, New York, 1968) (traducido al castellano en Alianza Editorial, Madrid).
- Bulm, W.; Niss, M.; Huntley, I. (editors): *Modelling: Applications and Applied Problems Solving. Teaching mathematics in a real context* (Ellis Horwood, Chichester, Uk., 1988).
- Blum, W., and Niss, M.: «Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects». State, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics* 22 (1991), 37-68.
- Churchhouse, R.F. et alii (editors): *The Influence of Computers and Informatics on Mathematics and its Teaching* (ICMI Study Series) (Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1986).
- Coxeter, H.S.M.: *Introduction to Geometry* (I. Wiley, New York, 1961).
- Coxeter, H.S.M., and Gritzer, S.L.: *Geometry revisited* (Random House, New York, 1967).
- Davis, P.J., and Hersh, R.: *Experiencia matemática* (MEC-labor, Madrid-Barcelona, 1988).
- Guzmán, M. de: «Juegos matemáticos en la enseñanza», *Actas de las IV Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas*. IV JAEM 1984, Sociedad Canaria de Profesores de Matemáticas «Isaac Newton», 49-85.
- Guzmán, M. de: «Enfoque heurístico de la enseñanza de la matemática», *Aspectos didácticos de matemáticas 1* (1985), Publicaciones del Instituto de ciencias de la Educación de la Universidad de Zaragoza, 31-46.
- Guzmán, M. de: *Aventuras Matemáticas* (Labor, Barcelona, 1986).
- Guzmán, M. de: «Enseñanza de la matemática a través de la resolución de problemas. Esquema de un curso inicial de preparación», *Aspectos didácticos de matemáticas 2* (1987). Publicaciones del Instituto de Ciencias de la Educación de la Universidad de Zaragoza, 52-75.
- Guzmán, M. de: «Tendencias actuales de la enseñanza de la matemática», *Studia Paedagogica. Revista de Ciencias de la Educación*, 21 (1989), 19-26.
- Guzmán, M. de: *Para pensar mejor* (Labor, Barcelona, 1991).
- Howson, A. G. and Wilson, B.: *Las matemáticas en primaria y secundaria en la década de los 90*, ICMI, Kuwait, 1986 (Mestral, Valencia, 1987).

- Howson, A. G., Kahane, J.P., Lauginie, P. and Turckheim, E., de (editors), *Mathematics as a Service Subject* (ICMI Study Series) (Cambridge Univ. Press, 1988).
- Klein, F.: *Matemática elemental desde un punto de vista superior* (vol. 1, 1927) (vol. 2, 1931) (Biblioteca Matemática, Madrid).
- Kline, M.: *Mathematical thought from ancient to modern times* (Oxford Univ. Press, Oxford, 1972) (Se publicará en breve la traducción al castellano en Alianza, Madrid).
- Nesher, P. and Kilpatrick, J. (editors): *Mathematics and Cognition: A Research synthesis by the International Group for The Psychology of Mathematics Education* (ICMI Study Series) (Cambridge Univ. Press, 1990).
- Niss, M.; Blum, W.; Huntley, I.: *Teaching of Mathematical Modelling and Applications* (Ellis Horwood, Chichester, UK, 1991).
- Santaló, L.A.: *Enseñanza de la matemática en la escuela media* (Docencia, Buenos Aires, 1981).
- Santaló, L. A.: *La educación matemática, hoy* (Teide, Barcelona, 1975).
- Toeplitz, O.: *The Calculus. A genetic approach* (The Univ. Of Chicago Press, Chicago, 1963).